МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Методические указания, контрольные задания и типовые примеры по теоретической электротехнике

Часть II

Рассмотрено на заседании
кафедры электромеханики и ТОЭ.
Протокол № 8 от 19.05.04.

Утверждено на заседании учебно-издательского совета ДонНТУ.
Протокол № 13 от 23.06.04.

2004

УДК 621.3.01 (07)

Методические указания, контрольные задания и типовые примеры по теоретической электротехнике. Часть II / Под общей редакцией проф. В.Ф. Денника. – Донецк: ДонНТУ, 2004. – 80 с.

Настоящие методические указания предназначены для студентов заочного факультета. Они являются продолжением аналогичных методических указаний по первой части дисциплин, которые могут быть объединены понятием «Теоретическая электротехника» (ТОЭ, теория электрических и магнитных цепей, теория электромагнитного поля и др.), и содержат задания для контрольных работ, указания по их выполнению и решение типовых примеров по следующим разделам «Переходные процессы в цепях с сосредоточенными параметрами», «Установившиеся и переходные процессы в цепях с распределенными параметрами», «Нелинейные электрические и магнитные цепи постоянного тока», «Нелинейные цепи переменного тока» и «Переходные процессы в нелинейных цепях».

Составители: В.Ф. Денник, проф.
М.М. Фёдоров, проф.
А.В. Корощенко, доц.
В.П. Чорноус, доц.
В.Х. Антамонов, доц.
Е.А. Журавель, ст.пр.
В.И. Фурсов, ст.пр.
М.В. Апухтин, асс.

Рецензент С.В. Шлепнёв, доц.

Отв. за выпуск В.Ф. Денник, проф.

СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Изучение дисциплин, которые могут быть объединены понятием «Теоретическая электротехника», требует систематической, самостоятельной работы над учебной литературой, выполнения лабораторного практикума и решения задач контрольных работ в соответствии с рабочей программой, которая должна выдаваться каждому студенту на установочных лекциях.

Работа над контрольными заданиями позволяет приобрести навыки практической работы по проектированию электроустановок и схем управления ими, научиться грамотно принимать технические решения, обоснованно и лаконично их излагать. Контрольные работы выполняются после изучения студентами соответствующих разделов курса по учебнику или учебному пособию с учетом следующих требований.

1. По каждой задаче нужно привести полный текст задания, расчетную схему, численные значения параметров цепи.
2. Задачи с небольшой расчетной частью рекомендуется решать в общем виде и затем в полученные формулы подставлять числовые значения величин.
3. Для задач с громоздкими вычислениями необходимо сначала показать общий метод решения, составить соответствующие уравнения, которые удобнее затем решать с подставленными числовыми значениями.
4. Все графические построения необходимо выполнять тщательно (с применением чертежных принадлежностей) и с обязательным указанием принятых масштабов.
5. Результаты, полученные при решении задачи, по возможности, рекомендуется проверить несколькими методами.
6. Если при решении задачи или при изучении теоретического материала возникнут трудности, необходимо обратиться за консультацией к преподавателю, указывая при этом свои соображения по решению задач.

Работа над контрольным заданием помогает студентам проверить степень знания курса, вырабатывает навыки четко и кратко излагать свои мысли.

Для успешного достижения этой цели необходимо руководствоваться следующими правилами:

- начиная решение задачи, необходимо иметь четкое представление о том, какие физические законы или расчетные методы положить в основу ее решения;
- тщательно продумать, какие буквенные символы использовать при решении задачи, причем необходимо пояснить значение каждого символа словами или же соответствующими изображениями на схеме;
- в начале решения задачи выбрать положительные направления искомых токов (или других величин), указать их на схеме стрелками и обозначить соответствующими буквами с индексами;
- если одна и та же задача решается двумя методами, то в обоих случаях одна и та же величина должна обозначаться одинаково;

- промежуточные и окончательные результаты должны быть выписаны на отдельных строчках и ясно выделены из общего текста;
- решение задачи не следует перегружать приведением всех алгебраических преобразований и арифметических расчетов;
- при вычерчивании электрических схем следует строго соблюдать обозначения и размеры, предусмотренные ГОСТом;
- каждый этап решения задачи должен сопровождаться соответствующими пояснениями;
- при построении графиков на осях координат надо наносить равномерные шкалы и указывать величины, откладываемые по осям координат, а также единицы их измерения.

На титульном листе контрольного задания следует указать номер задания, фамилию, имя и отчество студента, шифр и домашний адрес.

Контрольная работа должна быть подписана студентом.

После рецензирования контрольной работы преподавателем студент обязан исправить имеющиеся ошибки и защитить её. Защита проводится в виде собеседования по работе или решения упрощенной контрольной задачи в присутствии преподавателя. Защита работы должна проводиться либо в течение семестра, либо во время лабораторно-зачетной сессии.

Выбор варианта контрольной работы.

Номер варианта определяется двумя последними цифрами шифра студента. Например, если шифр студента 23862, то номер его варианта 62. Цифру 6 следует считать первой цифрой варианта, а цифру 2 – второй. Если в задаче предлагается 10 схем и 10 вариантов численных данных, то номер схемы выбирается по второй цифре варианта, а номер варианта численных данных – по первой. Если же в задаче предлагается только одна схема, то численные данные выбираются как по первой, так и по второй цифрам варианта.

Выбор задач, подлежащих обязательному решению студентами различных специальностей, производится в соответствии с рабочей программой, которая должна выдаваться каждому студенту на установочных лекциях.

6. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

6.1. Вопросы, подлежащие изучению

Возникновение переходных процессов. Идеализация процесса коммутации. Энергетические условия перехода от одного состояния к другому. Законы коммутации при «корректных» и «некорректных» коммутациях.

Классический метод расчета переходных процессов. Переходный, принужденный (установившийся) и свободный процессы. Характеристическое уравнение системы и его корни. Общий вид решения системы неоднородных дифференциальных уравнений. Независимые и зависимые начальные условия и их применение для определения постоянных интегрирования.

Включение цепи R-L на постоянное и синусоидальное напряжение, ударный ток, короткое замыкание цепи R-L, постоянная времени цепи.

Включение цепи R-C на постоянное и синусоидальное напряжение, перенапряжение на конденсаторе, короткое замыкание цепи R-C, постоянная времени цепи.

Переходные процессы в последовательном контуре R-L-C, анализ энергетического состояния цепи при апериодическом переходном процессе, предельном случае переходного процесса, колебательном переходном процессе.

Переходные процессы в цепях со взаимной индуктивностью.

Понятие о методе переменных состояния.

Операторный метод расчета переходных процессов. Прямое преобразование Лапласа и его свойства. Законы Ома и Кирхгофа в операторной форме. Эквивалентные операторные схемы, методы расчета изображений искомых функций. Обратное преобразование Лапласа, теорема разложения.

Особенности расчета переходных процессов в цепях с синусоидальными источниками.

Единичная ступенчатая функция 1(t), импульсная функция, переходные характеристики и их расчет классическим и операторным методами.

Включение пассивной цепи на напряжение произвольной формы. Интеграл Дюамеля. Расчет реакции при воздействии произвольной последовательности импульсов с помощью интеграла Дюамеля. Расчет переходных процессов при воздействии периодической последовательности импульсов.

Частотный метод расчета переходных процессов. Преобразование Фурье и его свойства.

Частотные характеристики передаточных функций и их расчет: амплитудно-фазовая, амплитудная, фазовая, вещественная, мнимая, логарифмическая амплитудная, логарифмическая фазовая.

Понятие о численных методах расчета переходных процессов. Сравнительная характеристика различных методов расчета переходных процессов.

6.2. Задачи контрольных работ

Задача 6.1. Классическим методом рассчитать токи переходного процесса в цепи постоянного тока, изображенной на рис. 6.1. Параметры элементов приведены в табл. 6.1. Построить графики токов.

Таблица 6.1

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U, B	110	220	300	380	500	660	110	400	380	220
r, $Ом$	20	30	55	60	80	100	25	40	65	120
L, $Гн$	0.1	0.4	0.2	0.5	0.3	0.6	0.8	0.9	1.0	0.7
C, $мкФ$	40	100	50	80	150	70	20	125	200	60

Задача 6.2. Решить задачу 6.1. операторным методом.

Задача 6.3. Классическим методом рассчитать токи переходного процесса и напряжения на реактивном элементе в цепи (рис. 6.1), полагая $u_{вх}(t)=U_m \cdot sin(\omega t+\psi_u)$. Построить график тока, имеющего наибольшую величину свободной составляющей. Действующее значение напряжения источника и его начальная фаза приведены в табл. 6.2, а параметры остальных элементов – в табл. 6.1.

Таблица 6.2

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U, B	660	127	1140	220	127	220	380	660	1140	220
ψ_u, $град$	0	30	90	-90	-30	60	-60	180	120	45

Задача 6.4. Решить задачу 6.3 операторным методом.

Задача 6.5. Классическим методом рассчитать токи переходного процесса в цепи постоянного тока, содержащей два разнородных накопителя энергии (рис. 6.2). Построить график тока $i_C(t)$.

Напряжение источника и параметры элементов схем приведены в табл. 6.3.

Задача 6.6. Решить задачу 6.5 операторным методом.

Таблица 6.3

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U, B	400	200	500	110	220	300	400	200	380	500
r, $Ом$	100	200	50	150	200	250	200	120	80	100
L, $Гн$	0.1	0.4	0.2	0.5	0.3	0.6	0.8	0.9	1.0	0.7
C, $мкФ$	20	100	50	80	150	200	40	150	50	60

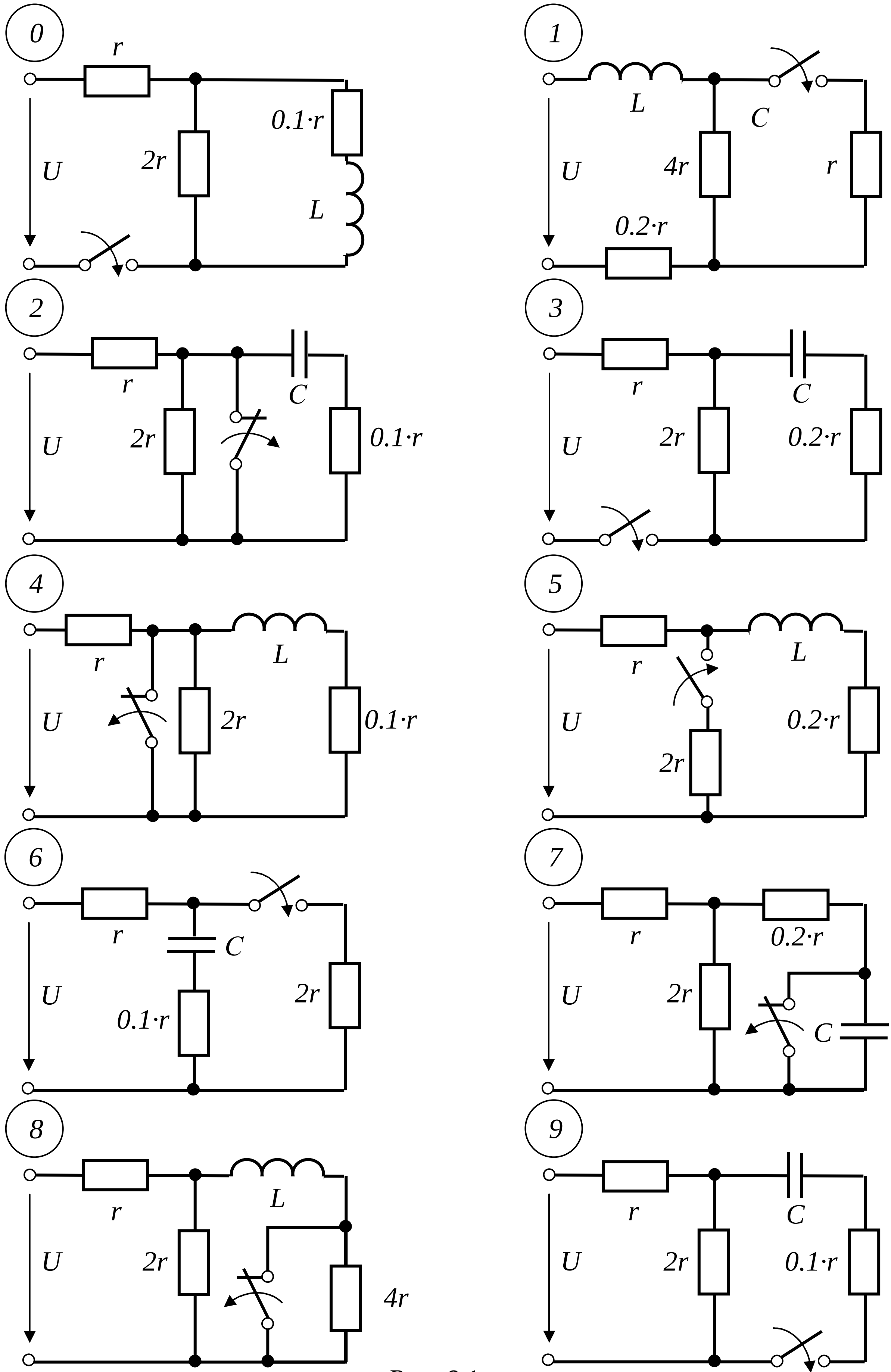

0
r
U
2r
0.1·r
L
1
L
C
U
4r
r
0.2·r
2
r
U
2r
C
0.1·r
3
r
C
U
2r
0.2·r
4
r
L
U
2r
0.1·r
5
r
L
U
0.2·r
2r
6
r
C
U
2r
0.1·r
7
r
0.2·r
U
2r
C
8
r
L
U
2r
4r
9
r
C
U
2r
0.1·r

Рис. 6.1

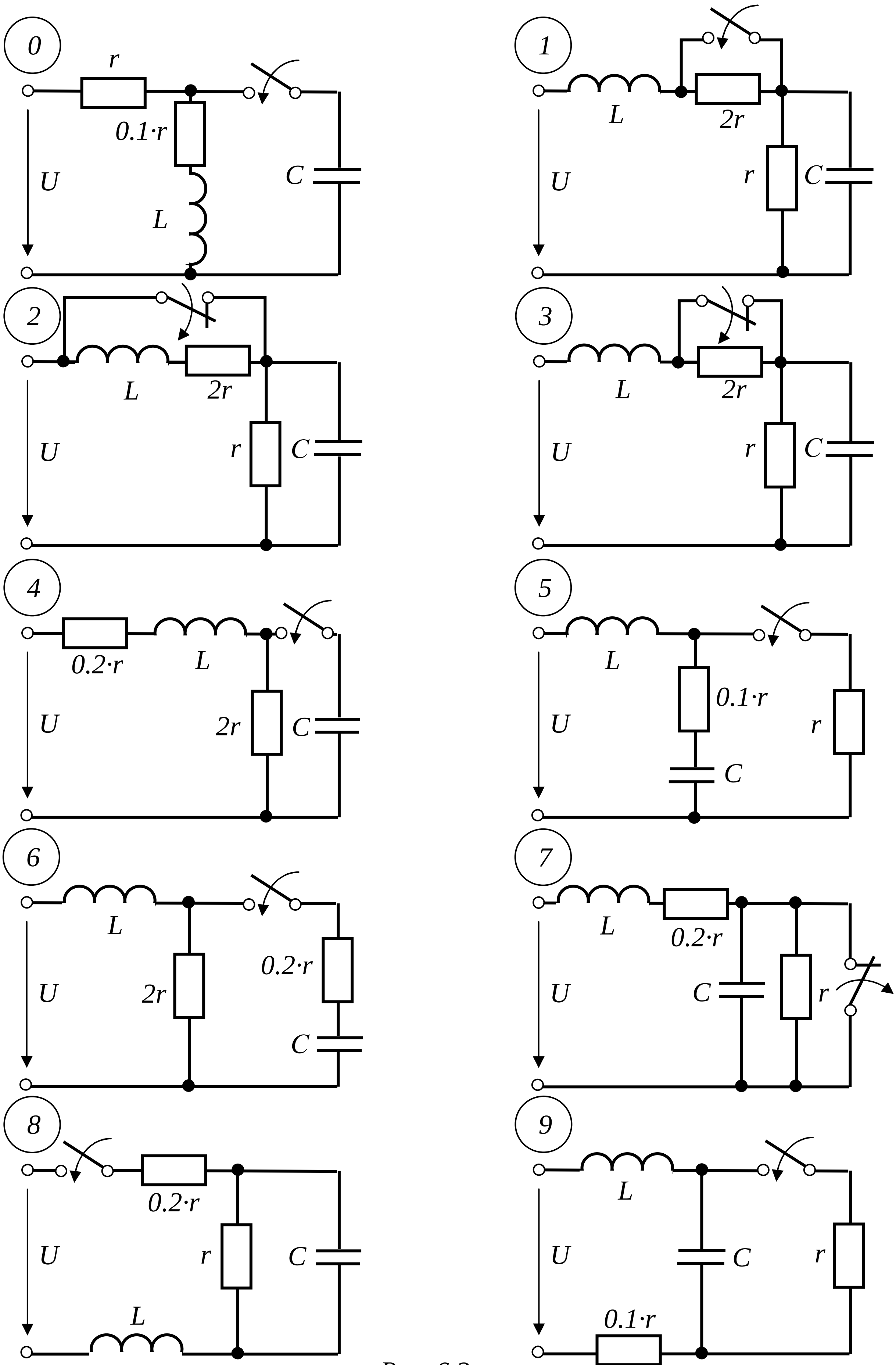

0
r
0.1·r
U
L
C
1
L
2r
r
C
U
2
L
2r
U
r
C
3
L
2r
U
r
C
4
0.2·r
L
U
2r
C
5
L
0.1·r
U
C
r
6
L
U
2r
0.2·r
C
7
L
0.2·r
U
C
r
8
0.2·r
U
r
C
L
9
L
U
C
r
0.1·r

Рис. 6.2

Задача 6.7. Для схемы по рис.6.1 (рубильник находится в послекоммутационном положении) рассчитать ток в индуктивности (или напряжение на емкости), если цепь подключается к источнику напряжения сложной формы. График искомой величины построить в общих координатах с графиком $u(t)$. Вариант параметров элементов принять по табл. 6.1, а напряжение – по второй цифре варианта из рис 6.3.

Задача 6.8. В схемах рис.6.4, используя метод переменных состояния, определить в переходном режиме токи и напряжения на реактивных элементах и построить графики этих напряжений. Параметры схем приведены в табл. 6.4.

Примечание: 1) кривые напряжения одного элемента (например индуктивности) рекомендуется располагать в общей системе координат;

2) решение уравнений для переменных состояния может выполняться любым из известных методов (классическим, операторным и т. д.).

Таблица 6.4

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
J, A	2	1.5	2.5	2.8	3	3.2	2.6	2.2	1.8	1.6
R, $Ом$	100	120	180	200	250	270	140	200	160	140
L, $Гн$	0.2	0.4	0.3	0.5	0.6	0.25	0.35	0.45	0.55	0.45
C, $мкФ$	15	25	20	30	45	25	50	40	45	35

Задача 6.9. Источник энергии генерирует одиночный прямоугольный импульс напряжения U или тока J, длительностью $t_{имп}$. Для заданной схемы (рис 6.5) выполнить расчет токов и напряжения u_{12} в переходном процессе при $t_{имп} = \tau$ и при $t_{имп} = 2{,}5\tau$. В общей системе координат построить графики искомых величин в интервале времени от 0 до 6τ, где τ - постоянная времени цепи. Дать качественную оценку влияния длительности импульса на вид полученных кривых. Амплитуды импульсов, а также параметры элементов цепи приведены в табл. 6.5.

Таблица 6.5

Первая цифра варианта	U, B	J, A	L, $Гн$	C, $мкФ$	Вторая цифра варианта	r_1, $Ом$	r_2, $Ом$	r_3, $Ом$	M, $Гн$
0	24	0.10	0.2	0.10	0	50	-	50	-
1	36	0.15	0.6	0.20	1	-	40	40	-
2	40	0.05	0.3	0.05	2	-	100	100	-
3	20	0.25	0.5	0.30	3	60	60	-	-
4	16	0.20	0.4	0.25	4	100	-	-	$0.5L$
5	30	0.40	0.8	0.04	5	30	30	-	$0.8L$
6	32	0.35	0.7	0.08	6	60	-	60	-
7	48	0.08	0.1	0.01	7	50	-	100	-
8	50	0.12	0.6	0.08	8	40	40	-	$0.7L$
9	20	0.16	0.4	0.15	9	100	-	-	$0.9L$

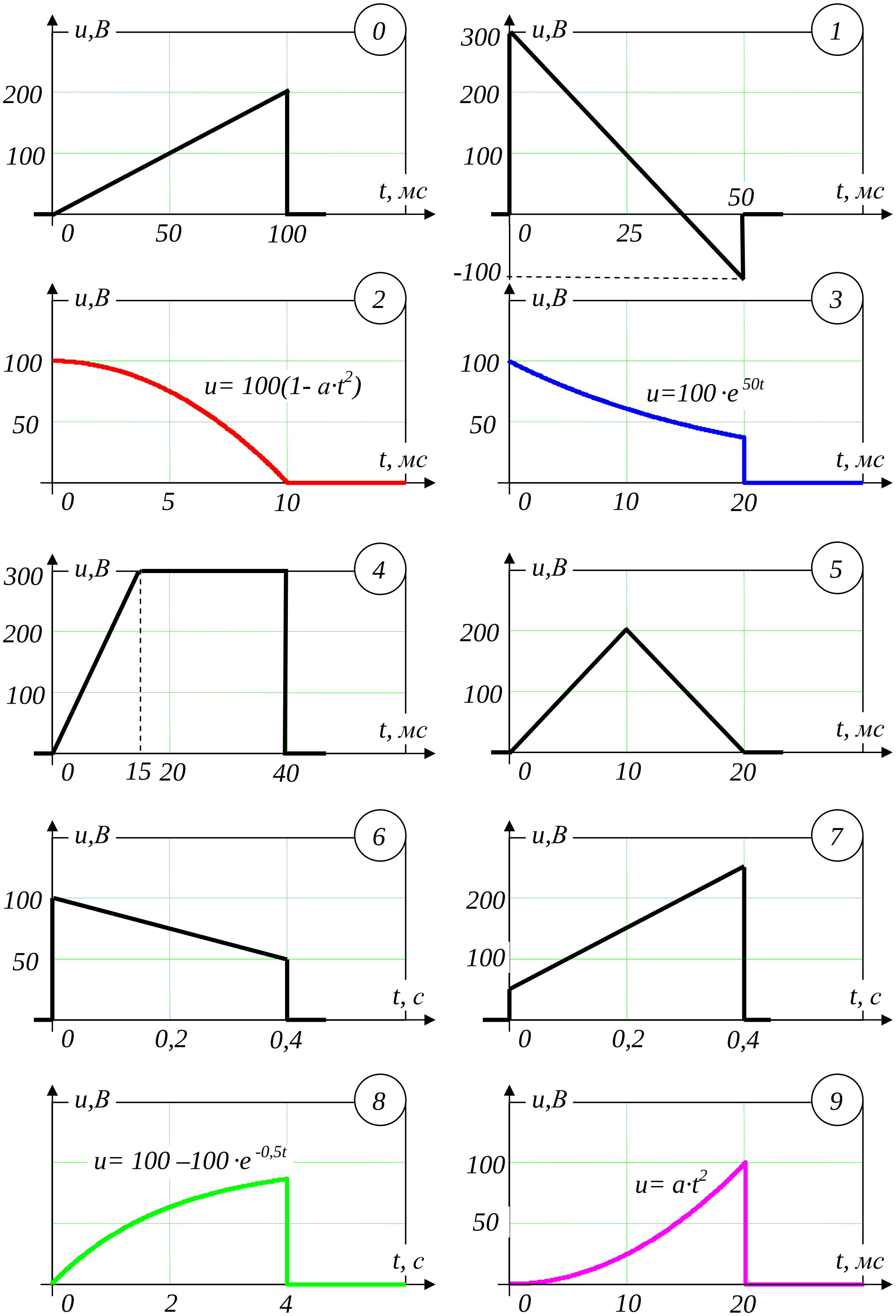

0
u,В
200
100
t, мс
0
50
100
1
u,В
300
200
100
50
t, мс
0
25
-100
2
u,В
100
50
u= 100(1- a·t2)
t, мс
0
5
10
3
u,В
100
50
u=100 ·e 50t
t, мс
0
10
20
4
u,В
300
200
100
t, мс
0
15 20
40
5
u,В
200
100
t, мс
0
10
20
6
u,В
100
50
t, с
0
0,2
0,4
7
u,В
200
100
t, с
0
0,2
0,4
8
u,В
u= 100 –100 ·e -0,5t
t, с
0
2
4
9
u,В
100
50
u= a·t2
t, мс
0
10
20

Рис. 6.3

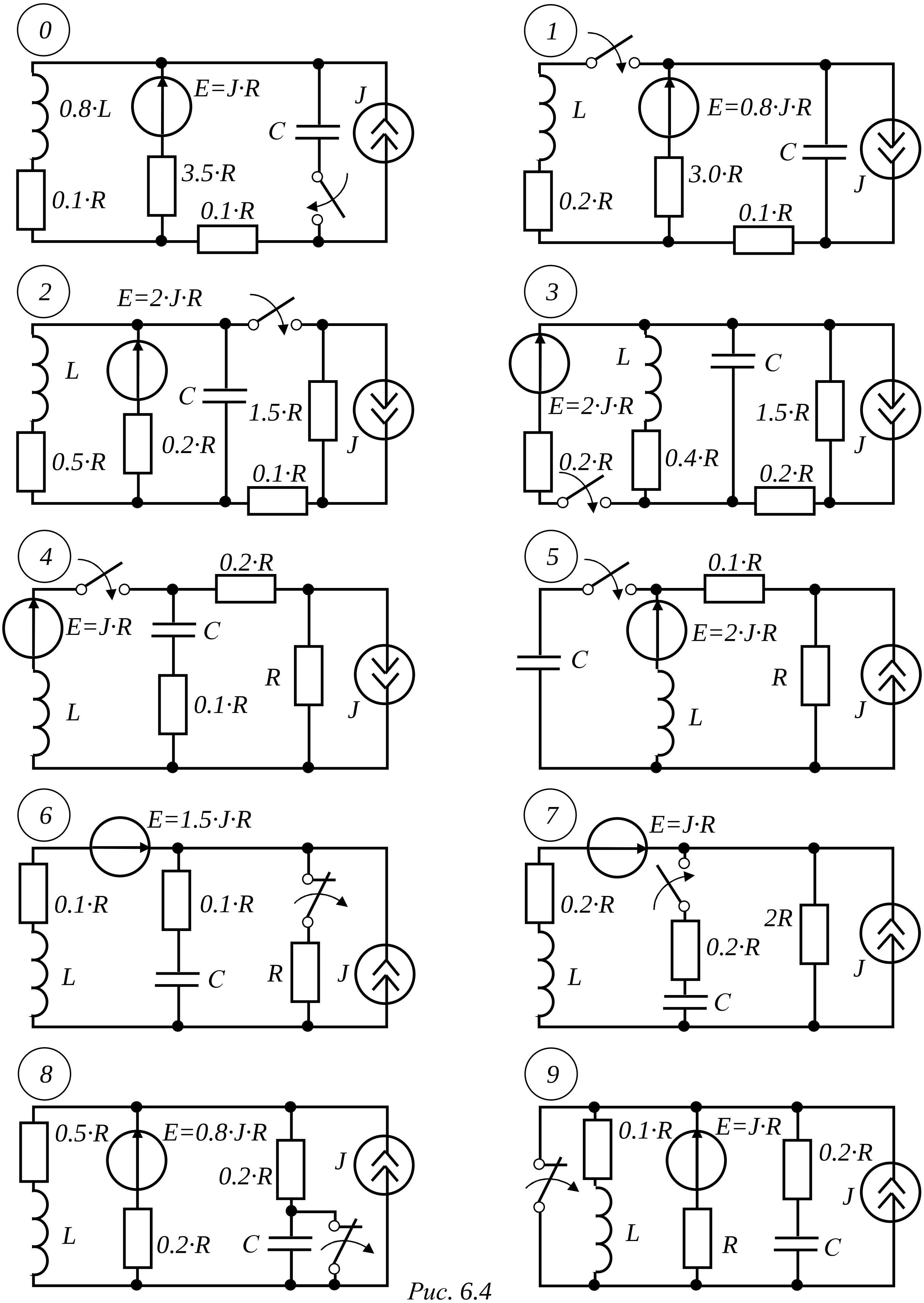

0
0.8·L
E=J·R
J
C
3.5·R
0.1·R
0.1·R
1
L
E=0.8·J·R
C
J
3.0·R
0.2·R
0.1·R
2
E=2·J·R
L
C
1.5·R
0.5·R
0.2·R
J
0.1·R
3
L
C
E=2·J·R
1.5·R
J
0.2·R
0.4·R
0.2·R
4
0.2·R
E=J·R
C
R
L
0.1·R
J
5
0.1·R
E=2·J·R
C
R
L
J
6
E=1.5·J·R
0.1·R
0.1·R
L
C
R
J
7
E=J·R
0.2·R
2R
0.2·R
L
J
C
8
0.5·R
E=0.8·J·R
J
0.2·R
L
0.2·R
C
9
0.1·R
E=J·R
0.2·R
J
L
R
C

Рис. 6.4

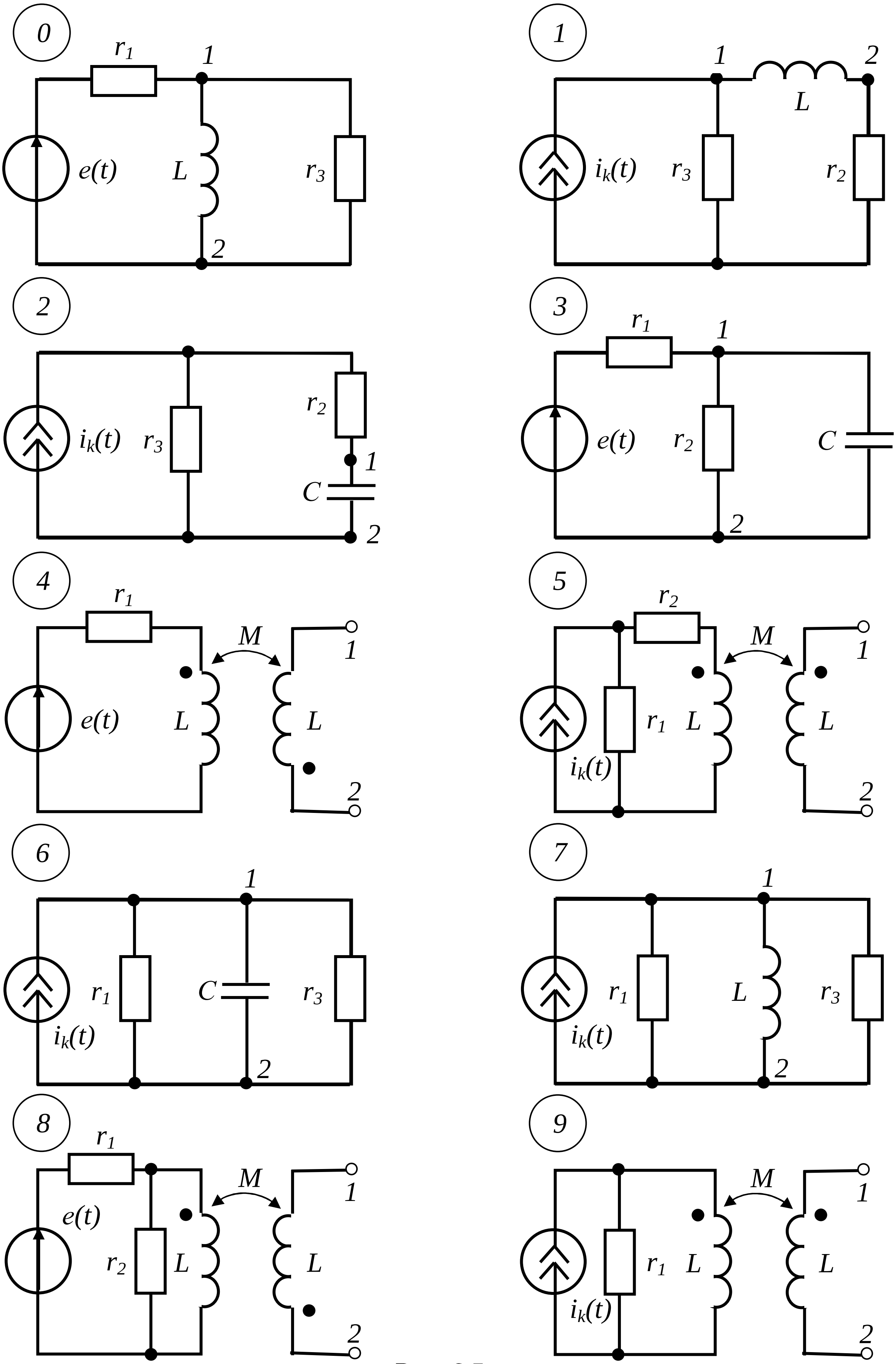

0 r1 1 e(t) L r3 2
1 1 2 L ik(t) r3 r2
2 ik(t) r3 r2 1 C 2
3 r1 1 e(t) r2 C 2
4 r1 M 1 e(t) L L 2
5 r2 M 1 r1 L L ik(t) 2
6 1 r1 C r3 ik(t) 2
7 1 r1 L r3 ik(t) 2
8 r1 M 1 e(t) r2 L L 2
9 M 1 r1 L L ik(t) 2

Рис. 6.5

6.3. Типовые примеры решения задач

<u>Пример 6.1.</u> В электрической цепи рис. 6.6,а включается рубильник K. Определить закон изменения токов i_1, i_2 и i_3 в зависимости от времени t, если $U = 1000\,В$, $r = 100\,Ом$, $L = 2.667\,Гн$, $C = 50\,мкФ$. Построить также зависимость

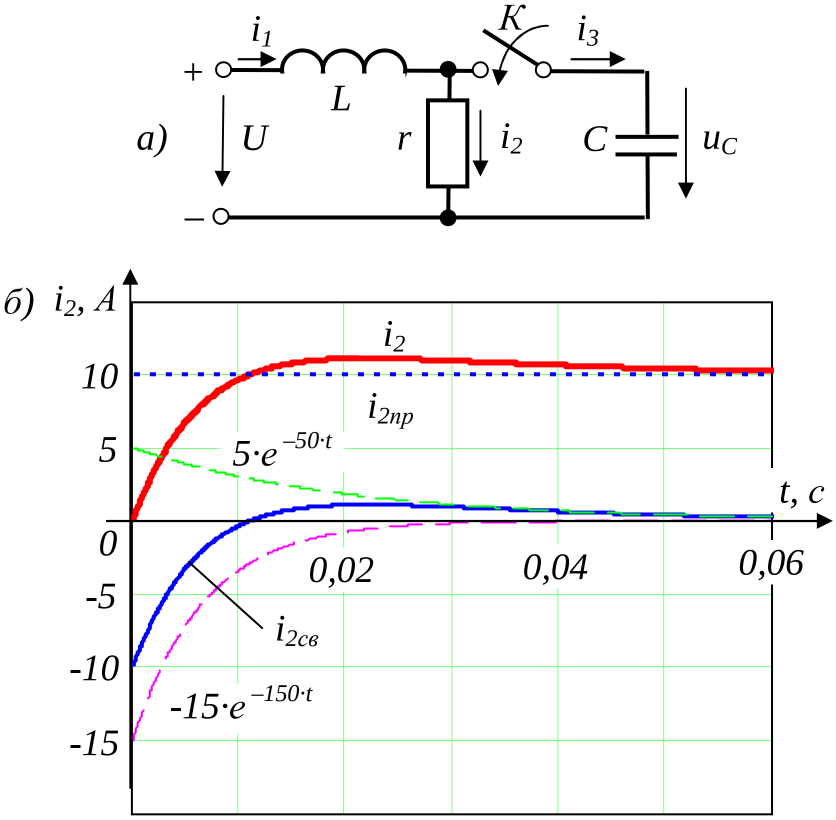


Рис. 6.6

$i_2(t)$. Задачу решить классическим методом.

Решение

1. Согласно законам Кирхгофа составим систему уравнений, описывающих электрическую цепь в послекоммутационном режиме

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0, \\ L\dfrac{di_1}{dt} + ri_2 = U, \\ -ri_2 + \dfrac{1}{C}\int i_3 dt = 0. \end{cases} \qquad (6.1)$$

Решение задачи сводится к решению системы уравнений (6.1).

Согласно классическому методу искомые токи находят в виде суммы частного и общего решения системы (принужденные и свободные токи)

$$i_1 = i_{1пр} + i_{1св}; \qquad i_2 = i_{2пр} + i_{2св}; \qquad i_3 = i_{3пр} + i_{3св}.$$

2. Находим токи принужденного (установившегося) режима. Ток $i_{3пр} = 0$, так как в этой ветви включен конденсатор с бесконечно большим сопротивлением для постоянного тока.

Тогда $$i_{1пр} = i_{2пр} = \frac{U}{r} = \frac{1000}{100} = 10\,A.$$

При $t = 0_+$: $\quad i_{1пр}(0) = i_{2пр}(0) = 10\,A, \qquad i_{3пр}(0) = 0.$

3. Определяем токи свободного режима цепи.

Выражения для свободных токов зависят от вида и количества корней характеристического уравнения. Корни найдем по главному определителю алгебраизированной системы уравнений для свободных токов.

Система уравнений (1) для свободных токов имеет вид:

$$\begin{cases} i_{1св} - i_{2св} - i_{3св} = 0, \\ L\dfrac{di_{1св}}{dt} + ri_{2св} = 0, \\ -ri_{2св} + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_{3св}dt = 0. \end{cases} \tag{6.2}$$

Алгебраизировав систему уравнений (6.2) и приравняв ее главный определитель нулю, получим характеристическое уравнение

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ pL & r & 0 \\ 0 & -r & \dfrac{1}{pC} \end{vmatrix} = 0,$$

откуда
$$p^2 + \frac{1}{rC}\cdot p + \frac{1}{LC} = 0. \tag{6.3}$$

Подставив числовые значения параметров в уравнение (6.3) и решив его, получим его корни

$$p_1 = -50\ {}^1\!/_c, \qquad p_2 = -150\ {}^1\!/_c.$$

При двух действительных отрицательных различных корнях характеристического уравнения токи свободного режима цепи имеют вид

$$\begin{aligned} i_{1св}(t) &= A_1e^{p_1t} + A_2e^{p_2t}; \\ i_{2св}(t) &= B_1e^{p_1t} + B_2e^{p_2t}; \\ i_{3св}(t) &= D_1e^{p_1t} + D_2e^{p_2t}. \end{aligned} \tag{6.4}$$

4. Используя начальные условия и законы коммутации, находим числовые значения постоянных интегрирования системы уравнений (6.4).

При $t = 0_+$:

$$\begin{cases} i_{1св}(0) = A_1 + A_2; \\ i_{2св}(0) = B_1 + B_2; \\ i_{3св}(0) = D_1 + D_2. \end{cases} \qquad (6.4')$$

Продифференцируем (6.4) по t и рассмотрим систему при $t = 0_+$:

$$\begin{cases} i'_{1св}(t) = A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t}; \\ i'_{2св}(t) = B_1 p_1 e^{p_1 t} + B_2 p_2 e^{p_2 t}; \\ i'_{3св}(t) = D_1 p_1 e^{p_1 t} + D_2 p_2 e^{p_2 t}. \end{cases} \qquad (6.5)$$

$$\begin{cases} i'_{1св}(0) = A_1 p_1 + A_2 p_2; \\ i'_{2св}(0) = B_1 p_1 + B_2 p_2; \\ i'_{3св}(0) = D_1 p_1 + D_2 p_2. \end{cases} \qquad (6.5')$$

Числовые значения токов и их производных в момент коммутации находим по законам коммутации и Кирхгофа. При этом необходимо рассмотреть режим цепи до коммутации и в момент коммутации.

Токи в ветвях электрической цепи и напряжение на конденсаторе до коммутации (до включения рубильника K) равны:

$$\begin{aligned} &i_1(t_-) = \frac{U}{r} = \frac{1000}{100} = 10\,A; \\ &i_2(t_-) = i_1(t_-) = 10\,A; \\ &i_3(t_-) = 0; \\ &u_C(t_-) = 0. \end{aligned}$$

При $t = 0_-$, $i_1(0_-) = 10\ A$, $u_C(0_-) = 0$.

В первый момент времени после коммутации при $t = 0_+$:

$i_1(0_+) = i_1(0_-) = 10\,A$ согласно первому закону коммутации,

$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$ согласно второму закону коммутации.

Токи $i_2(0_+)$ и $i_3(0_+)$ можно определить по законам Кирхгофа из системы уравнений (6.1):

$$\begin{aligned} &i_2(0_+) = \frac{u_C(0_+)}{r} = \frac{0}{100} = 0; \\ &i_3(0_+) = i_1(0_+) - i_2(0_+) = 10 - 0 = 10\,A. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} &i_{1св}(0_+) = i_1(0_+) - i_{1пр}(0_+) = 10 - 10 = 0; \\ &i_{2св}(0_+) = i_2(0_+) - i_{2пр}(0_+) = 0 - 10 = -10\,A; \\ &i_{3св}(0_+) = i_3(0_+) - i_{3пр}(0_+) = 10 - 0 = +10\,A. \end{aligned}$$

Значения производных от свободных токов при $t = 0_+$ вычислим согласно системе уравнений (6.2):

$$i'_{1св}(0_+) = -\frac{r \cdot i_{2св}(0_+)}{L} = -\frac{100\cdot(-10)}{2.667} = 375\ A/c.$$

Дифференцируя третье уравнение системы (6.2), получим

$$i'_{2св}(0_+) = \frac{i_{3св}(0_+)}{r \cdot C} = \frac{10}{100\cdot 50\cdot 10^{-6}} = 2000\ A/c.$$

Дифференцируя первое уравнение системы (6.2), получим

$$i'_{3св}(0_+) = i'_{1св}(0_+) - i'_{2св}(0_+) = 375 - 2000 = -1625\ A/c.$$

Таким образом, получены три системы уравнений, каждая из которых содержит две постоянные интегрирования

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 0, \\ p_1A_1 + p_2A_2 = 375, \end{cases} \qquad \begin{cases} B_1 + B_2 = 0, \\ p_1B_1 + p_2B_2 = 2000, \end{cases} \qquad \begin{cases} D_1 + D_2 = 0, \\ p_1D_1 + p_2D_2 = -1625. \end{cases}$$

Решая эти системы уравнений, находим

$$A_1 = 3.75\ A, \qquad B_1 = 5\ A, \qquad D_1 = -1.25\ A,$$
$$A_2 = -3.75\ A, \qquad B_2 = -15\ A, \qquad D_2 = 11.25\ A.$$

5. Запишем окончательные выражения для токов переходного процесса

$$i_1(t) = i_{1пр} + i_{1св} = 10 + 3.75e^{-50t} - 3.75e^{-150t} A;$$
$$i_2(t) = i_{2пр} + i_{2св} = 10 + 5e^{-50t} - 15e^{-150t} A;$$
$$i_3(t) = i_{3св} = -1.25e^{-50t} + 11.25e^{-150t} A.$$

6. Вычислим ток $i_{2св}$ в различные моменты времени, и результаты вычислений сведем в табл. 6.6.

Таблица 6.6

t, c	0	$\frac{1}{50}$	$\frac{2}{50}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{4}{50}$
$5e^{-50t}$	5	1.84	0.667	0.25	0.09
t, c	0	$\frac{1}{150}$	$\frac{2}{150}$	$\frac{3}{150}$	$\frac{4}{150}$
$-15e^{-150t}$	-15	-5.51	-2.03	-0.75	-0.275
t, c	0	$\frac{1}{50}$	$\frac{2}{50}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{4}{50}$
$i_{2св}(t)$	-10	1.09	0.64	0.25	0.09

Кривая тока $i_2(t)$ и его составляющие приведены на рис.6.6,б.

<u>Пример 6.2.</u> В цепи рис. 6.7,а действует напряжение источника $u(t)=U_m \sin(\omega t+\psi_u)$. Включение рубильника происходит в момент, когда $\psi_u=90°$.

Определить классическим методом токи i_1, i_2, i_3, если $U_m=500$ В, $\omega=314\,{}^{рад}\!/\!_{c}$, $r_1=500\,Ом$, $r_2=100\,Ом$, $C=20\ мкФ$. Построить график тока $i_3(t)$.

Решение

Методика решения данной задачи аналогична рассмотренной в примере 6.1.

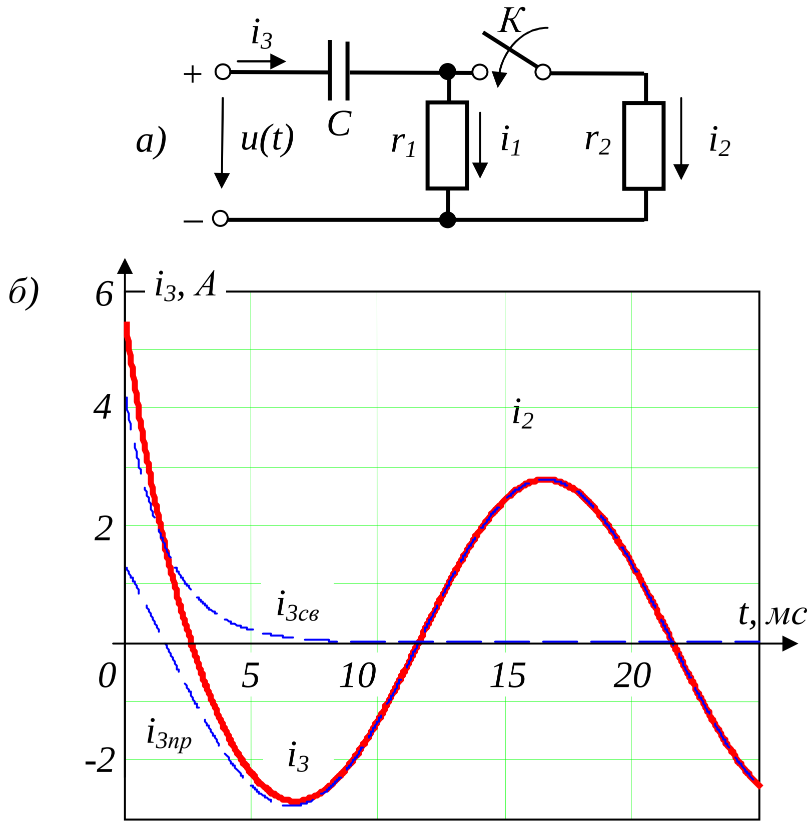


Рис. 6.7

1. Состояние электрической цепи в послекоммутационном режиме описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} -i_1-i_2+i_3=0, \\ r_1 i_1+\dfrac{1}{C}\int i_3 dt=u(t), \\ r_1 i_1-r_2 i_2=0, \end{cases}$$

решение которой:

$$i_1(t)=i_{1пр}+i_{1св};$$
$$i_2(t)=i_{2пр}+i_{2св};$$
$$i_3(t)=i_{3пр}+i_{3св}.$$

2. Токи установившегося (принужденного) режима в комплексной форме:

$$\underline{I}_{3прm}=\frac{\underline{U}_m}{-j\frac{1}{\omega C}+\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}}=\frac{500e^{j90^\circ}}{-j159+83.33}=2.78e^{j152.34^\circ}A;$$

$$\underline{I}_{2прm}=\underline{I}_{3прm}\cdot\frac{r_1}{r_1+r_2}=2.78e^{j152.34^\circ}\cdot\frac{500}{500+100}=2.317e^{j152.34^\circ}A;$$

$$\underline{I}_{1прm}=\underline{I}_{3прm}-\underline{I}_{2прm}=(-2.462+j1.291)-(2.052+j1.075)=0.463e^{j152.34^\circ}A.$$

Мгновенные и начальные значения принужденных токов:

$$i_{3пр}(t)=2.78sin(\omega t+152.34^\circ)\ A,\qquad i_{3пр}(0_+)=2.78sin152.34^\circ=1.29\ A;$$
$$i_{2пр}(t)=2.317sin(\omega t+152.34^\circ)\ A,\qquad i_{2пр}(0_+)=2.317sin152.34^\circ=1.075\ A;$$
$$i_{1пр}(t)=0.463sin(\omega t+152.34^\circ)\ A,\qquad i_{1пр}(0_+)=0.463sin152.34^\circ=0.215\ A.$$

3. Корни характеристического уравнения найдем по входному операторному сопротивлению цепи

$$z_{вх}(p)=\frac{1}{pC}+\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}=0.$$

Отсюда

$$p=-\frac{r_1+r_2}{r_1r_2C}=-\frac{500+100}{500\cdot100\cdot20\cdot10^{-6}}=-600\ {}^1\!/_c.$$

При единственном корне характеристического уравнения токи свободного режима имеют вид

$$i_{3св}(t)=De^{pt},\qquad i_{2св}(t)=Be^{pt},\qquad i_{1св}(t)=Ae^{pt}.$$

4. Используя начальные условия и законы коммутации, находим числовые значения постоянных интегрирования

при $t=0_+$:

$$i_{3св}(0)=D,\qquad i_{2св}(0)=B,\qquad i_{1св}(0)=A.$$

Токи в ветвях схемы и напряжение на конденсаторе до коммутации равны

$$\underline{I}_{3m}=\frac{\underline{U}_m}{r_1-j\frac{1}{\omega C}}=\frac{500e^{j90^\circ}}{500-j\frac{1}{314\cdot20\cdot10^{-6}}}=0.95e^{j107.67^\circ}A;$$

$$\underline{U}_{Cm}=\left(-jx_C\right)\cdot \underline{I}_{3m}=-j159.236\cdot 0.95e^{j107.67°}=151e^{j17.67°}\,B.$$

$$u_C\left(t_-\right)=151sin\left(\omega t+17.67°\right)B;$$

$$u_C\left(0_-\right)=151sin17.67°=46\,B.$$

В первый момент после коммутации при $t=0_+$ согласно второму закону коммутации: $u_C\left(0_+\right)=u_C\left(0_-\right)=46\,B.$

Числовые значения полных токов при $t=0_+$:

$$i_1\left(0_+\right)=\frac{u\left(0_+\right)-u_C\left(0_+\right)}{r_1}=\frac{U_m\,sin\psi_u-u_C\left(0_+\right)}{r_1}=\frac{500\,sin90°-46}{500}=0.91A;$$

$$i_2\left(0_+\right)=\frac{r_1i_1\left(0_+\right)}{r_2}=\frac{500\cdot 0.91}{100}=4.55A;$$

$$i_3\left(0_+\right)=i_1\left(0_+\right)+i_2\left(0_+\right)=0.91+4.55=5.46A.$$

Начальные значения свободных токов

$$i_{1св}\left(0_+\right)=i_1\left(0_+\right)-i_{1пр}\left(0_+\right)=0.91-0.215=0.695A;$$

$$i_{2св}\left(0_+\right)=i_2\left(0_+\right)-i_{2пр}\left(0_+\right)=4.55-1.075=3.475A;$$

$$i_{3св}\left(0_+\right)=i_3\left(0_+\right)-i_{3пр}\left(0_+\right)=5.46-1.29=4.17\,A.$$

Таким образом, $A=0.695A$, $B=3.475A$, $D=4.17A$.

5) Выражения токов переходного процесса имеют вид

$$i_1\left(t\right)=i_{1пр}+i_{1св}=0.463sin\left(\omega t+152.34°\right)+0.695e^{-600t}A;$$

$$i_2\left(t\right)=i_{2пр}+i_{2св}=2.317\,sin\left(\omega t+152.34°\right)+3.475e^{-600t}A;$$

$$i_3\left(t\right)=i_{3пр}+i_{3св}=2.78\,sin\left(\omega t+152.34°\right)+4.17e^{-600t}A.$$

6) График тока $i_3\left(t\right)$ представлен на рис. 6.7,б.

При построении графика рекомендуется сначала построить принужденную составляющую тока $i_{3пр}\left(t\right)$, затем свободную составляющую $i_{3св}\left(t\right)$ и, наконец, полный ток $i_3\left(t\right)$.

Пример 6.3. В электрической цепи (рис. 6.8,а) включается рубильник и шунтирует резистор r_4.

Операторным методом определить ток переходного процесса в резисторе r_3, если $U=1.8\,кВ$, $r_1=r_2=r_3=100\,Ом$, $r_4=300\,Ом$, $L=1.5\,Гн$.

Решение

Составим эквивалентную операторную схему рис.(6.8,б).

Для определения внутренней (расчетной) ЭДС $Li_2(0)$ найдем ток $i_2(0_-)$ до коммутации

$$i_1(t_-)=\frac{U}{r_1+\dfrac{r_2\cdot(r_3+r_4)}{r_2+r_3+r_4}}=\frac{1.8\cdot10^3}{100+\dfrac{100\cdot(100+300)}{100+100+300}}=10\ A;$$

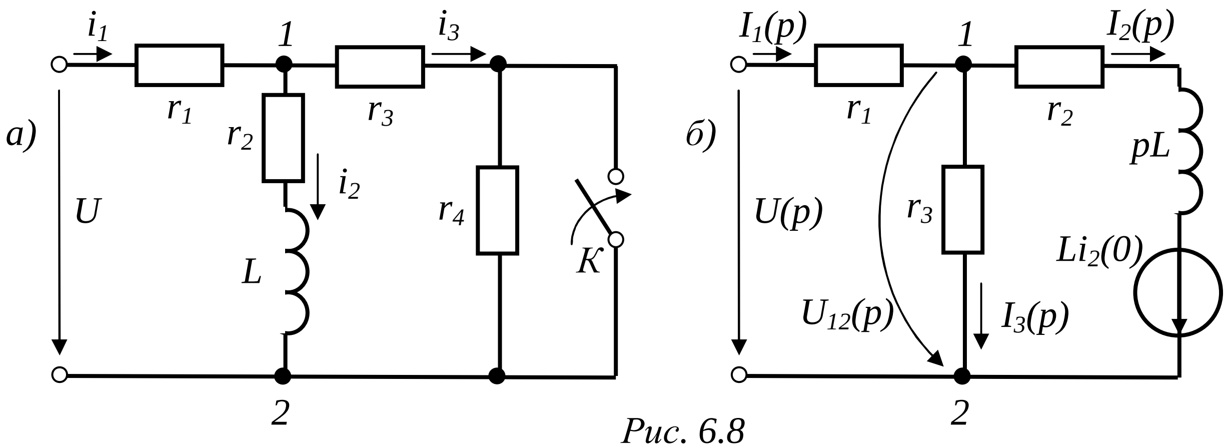


Рис. 6.8

$$i_2(t_-)=i_1(t_-)\cdot\frac{r_3+r_4}{r_2+r_3+r_4}=10\cdot\frac{100+300}{100+100+300}=8\ A.$$

Согласно первому закону коммутации $i_2(0_+)=i_2(0_-)=8\ A$.

Следовательно, $Li_2(0)=1.5\cdot8=12\ Вб$.

Изображение тока $I_3(p)$ найдем по эквивалентной операторной схеме, применив метод узлового напряжения

$$U_{12}(p)=\frac{U(p)\cdot\dfrac{1}{r_1}-Li_2(0)\cdot\dfrac{1}{r_2+pL}}{\dfrac{1}{r_1}+\dfrac{1}{r_2+pL}+\dfrac{1}{r_3}},$$

где $U(p)=\dfrac{U}{p}$ - изображение напряжения источника;

$$I_3(p)=\frac{U_{12}(p)}{r_3}=\frac{\dfrac{1800}{p}\cdot\dfrac{1}{100}-12\cdot\dfrac{1}{100+1.5p}}{\dfrac{1}{100}+\dfrac{1}{100+1.5p}+\dfrac{1}{100}}\cdot\frac{1}{100}=\frac{5p+600}{p(p+100)}=\frac{F_1(p)}{p\cdot F_2(p)}.$$

Оригинал тока $i_3(t)$ определим при помощи теоремы разложения

$$i_3(t)=\frac{F_1(0)}{F_2(0)}+\sum_{k=1}^{n}\frac{F_1(p_k)}{p_k\cdot F_2'(p_k)}\cdot e^{p_kt}$$

Найдем корни уравнения $F_2(p)=0$ и выполним подготовку для пользования формулой теоремы разложения

$$p+100=0$$

$$p=p_1=-100\ 1/c$$

$F_1(0)=[5.0+600]=600,$ $\qquad F_2'(p)=[p+100]=1;$

$F_1(0)=[0+100]=100,$ $\qquad F_1(p_1)=5\cdot(-100)+600=100;$

$$F_2'(p_1)=1.$$

Тогда получим $\quad i_3(t)=\dfrac{600}{100}+\dfrac{100}{(-100)\cdot 1}\cdot e^{-100t}=6-1e^{-100t}\ A.$

Пример 6.4. В цепи рис.6.9,а действует синусоидальное напряжение частотой 50 *Гц* и амплитудой 200 *В*. В момент, когда начальная фаза напряжения источника составляет 30˚, размыкается рубильник. Найти выражение тока $i_1(t)$ операторным методом, если $r_1=400\ Ом$, $r_2=100\ Ом$,

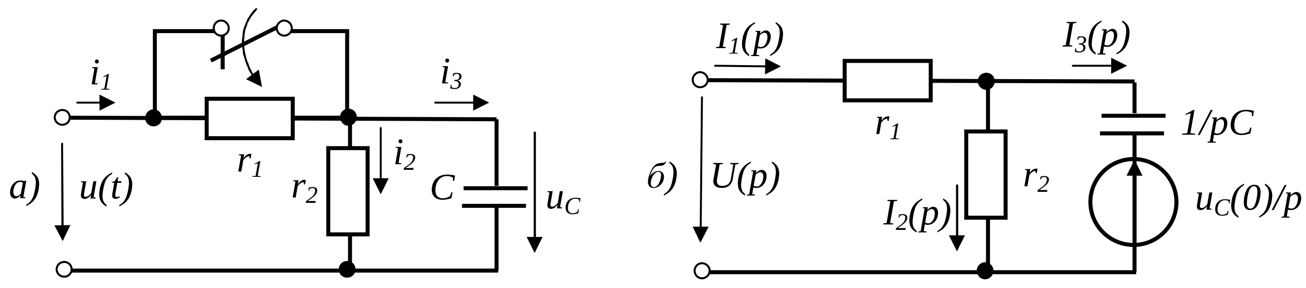


Рис. 6.9

$C=125\ мкФ$.

Решение

Составим эквивалентную операторную схему (рис.6.9,б). Для нахождения внутренней (расчетной) ЭДС $\dfrac{u_C(0)}{p}$ определим напряжение на емкости в момент коммутации.

Напряжение на конденсаторе до коммутации равно напряжению источника, т.е.

$$u_C(t_-)=u(t_-)=200\,sin(\omega t+30^\circ)\ B;$$

$$u_C(0_-)=200\,sin30^\circ=100\ B;$$

$u_C(0_+)=u_C(0_-)=100\ B$ согласно второму закону коммутации.

Для нахождения изображений токов в схеме рис 6.9,б составим систему уравнений согласно законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_1(p) - I_2(p) - I_3(p) = 0; \\ r_1 I_1(p) + r_2 I_2(p) = U(p); \\ -r_2 I_2(p) + \dfrac{1}{pC} \cdot I_3(p) = -\dfrac{u_C(0)}{p}. \end{cases}$$

Решив систему уравнений относительно $I_1(p)$, получим

$$I_1(p) = \frac{U(p) \cdot [1 + r_2 \cdot pC] - r_2 C \cdot u_C(0)}{r_1 r_2 cp + r_1 + r_2}$$

Так как напряжение источника синусоидально, то целесообразно использовать изображение напряжения в комплексной форме, а именно:

$$u(t) = Jm\left[U_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u)}\right] = Jm\left[U_m e^{j\varphi_u} e^{j\omega t}\right] = Jm\left[\frac{U_m e^{j\varphi_4}}{p - j\omega}\right] = U(p)$$

В дальнейшем знак мнимой части Jm будем опускать, а мнимую часть будем брать при отыскании оригинала тока. При таком изображении синусоидального напряжения источника внутренние (расчетные) ЭДС должны быть взяты с множителем “j”. Учитывая это, получим

$$I_1(p) = \frac{U_m e^{j\varphi_u} \cdot \dfrac{1}{p - j\omega} \cdot [1 + r_2 \cdot pC] - j r_2 C \cdot U_c(0)}{r_1 \cdot r_2 \cdot C \cdot p + r_1 + r_2} =$$

$$= \frac{200 e^{j30^\circ} \cdot \dfrac{1}{p - j314} \cdot \left[1 + 100 \cdot p \cdot 125 \cdot 10^{-6}\right] - j100 \cdot 125 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{400 \cdot 100 \cdot 125 \cdot 10^{-6} + 400 + 100} =$$

$$\frac{2.17p + 241 e^{j155.57^\circ}}{(p - j314) \cdot (5p + 500)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

Оригинал тока $i_1(t)$ определим при помощи теоремы разложения

$$i(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} \cdot e^{p_k t}$$

Найдем корни уравнения $F_2(p) = 0$.

$$(p - j314)(5p + 500) = 0; \qquad p_1 = j314\, c^{-1}, \qquad p_2 = -100\, c^{-1}.$$

Тогда

$$i_1(t)=Jm\left[\frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)}\cdot e^{p_1 t}+\frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)}\cdot e^{p_2 t}\right],$$

где: $$F_1(p_1)=2.17\cdot j314+241e^{j155.57°}=811.5e^{j105.67°};$$
$$F_1(p_2)=2.17\cdot(-100)+241e^{j155.57°}=447.6e^{j167.1°};$$
$$F_2'(p)=\frac{d}{dp}[(p-j314)(5p+500)]=(5p+500)+5(p-j314);$$
$$F_2'(p_1)=5j314+500=1648e^{j72.33°};$$
$$F_2'(p_2)=5(-100-j314)=1648e^{-j107.67°}.$$

После подстановки найденных числовых значений в выражение для тока $i_1(t)$ получим

$$i_1(t)=Jm\left[0.49e^{j(314t+33.33°)}+0.27e^{j274.75°}\cdot e^{-100t}\right]=$$
$$=0.49\sin(314t+33.33°)-0.269e^{-100t}\ A.$$

<u>Пример 6.5.</u> Электрическая цепь рис.6.10,а включается на напряжение, график которого представлен на рис.6.10,б. Определить закон изменения тока i в цепи, если $U_0=500\,В$, $t_0=0.1\,с$, $L=4\,Гн$, $r_1=100\,Ом$, $r_2=400\,Ом$. Задачу

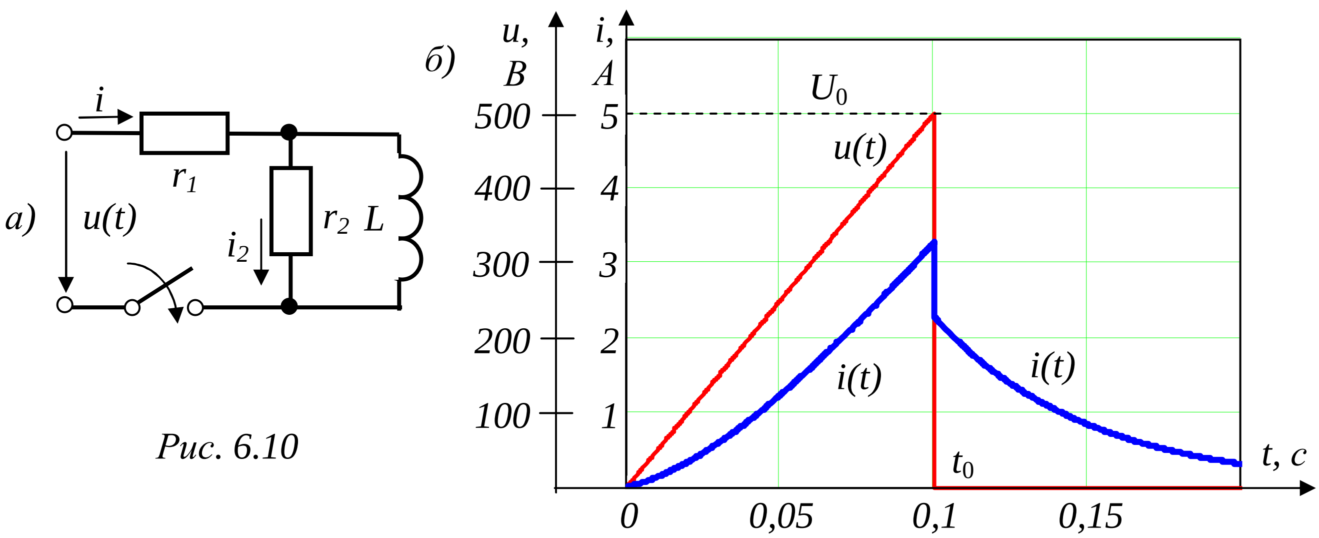


Рис. 6.10

решить с помощью интеграла Дюамеля.

Решение

Получим аналитическое выражение напряжения источника для двух диапазонов времени:

$0 < t < t_0$ $\qquad u(t) = \dfrac{U_0}{t_0} \cdot t = 5000 \cdot t\ B;$

$t_0 < t < \infty$ $\qquad u(t) = 0.$

Для первого интервала времени ($0 < t < t_0$) формула для нахождения тока i имеет вид

$$i(t) = u(0) \cdot g(t) + \int_{0+}^{t} u'(\tau) \cdot g(t-\tau) \cdot d\tau\,;$$

$$u(0) = 0,$$

где
$$u'(\tau) = \frac{d}{d\tau}(5000 \cdot \tau) = 5000\ \frac{B}{c}.$$

Переходную проводимость цепи $g(t)$ получим классическим методом, считая, что цепь подключается к источнику постоянного напряжения $U = 1\,B$. При этом

$$i(t) = U \cdot g(t), \qquad i(t) = i_{пр} + i_{св} = \frac{U}{r_1} + A_1 e^{pt}\ .$$

Корень характеристического уравнения найдем из условия равенства нулю входного операторного сопротивления цепи

$$z_{вх}(p) = r_1 + \frac{r_2 \cdot pL}{r_2 + pL} = 0,$$

откуда

$$p = -\frac{r_1 r_2}{L(r_1 + r_2)} = -\frac{100 \cdot 400}{4 \cdot (100 + 400)} = -20\ c^{-1}.$$

Постоянную интегрирования A_1 найдем из начальных условий

$$i(0) = \frac{U}{r_1} + A_1.$$

Индуктивность в первый момент ведет себя ведет себя аналогично обрыву в месте ее включения, т.е. $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$, следовательно,

$$i(0) = \frac{U}{r_1 + r_2}.$$

Таким образом,

$$A_1 = \frac{U}{r_1 + r_2} - \frac{U}{r_1}.$$

Тогда

$$g(t)=\frac{i(t)}{U}=\frac{1}{r_1}+\left[\frac{1}{r_1+r_2}-\frac{1}{r_1}\right]\cdot e^{pt}=$$

$$=\frac{1}{100}+\left[\frac{1}{100+400}-\frac{1}{100}\right]\cdot e^{-20t}=0.01-0.008e^{-20t}\ См.$$

Переходная проводимость

$$g(t-\tau)=0.01-0.008e^{-20(t-\tau)}\ См.$$

Определяем общий ток на первом интервале времени

$$i(t)=0+\int_0^t 5000\left[0.01-0.008e^{-20(t-\tau)}\right]\cdot d\tau=50t-2\cdot(1-1e^{-20t})\ A$$

Для второго интервала времени ($t_0<t<\infty$) ток находим по формуле

$$i(t)=u(0)\cdot g(t)+\int_0^{t_0}u'(\tau)\cdot g(t-\tau)\cdot d\tau+(0-U_0)\cdot g(t-t_0)+\int_{t_0}^{t}0\cdot d\tau=$$

$$=0+\int_0^{t_0}5000\cdot\left[0.01-0.008e^{-20(t-\tau)}\right]\cdot d\tau-500\cdot\left[0.01-0.08e^{-20(t-0{,}1)}\right]=16.8e^{-20t}A.$$

График тока $i(t)$ приведен на рис.6.10, б.

Пример 6.6. В сложной цепи постоянного тока (рис.6.11) методом переменных состояния рассчитать токи и напряжения $u_L(t), u_k(t)$ в переходном процессе.

$E_1=100\ В,\ \ J_k=0.56\ A,\ \ r_1=r_2=r_3=250\ Ом,\ \ L=1\ Гн,\ \ C=25\ мкФ..$

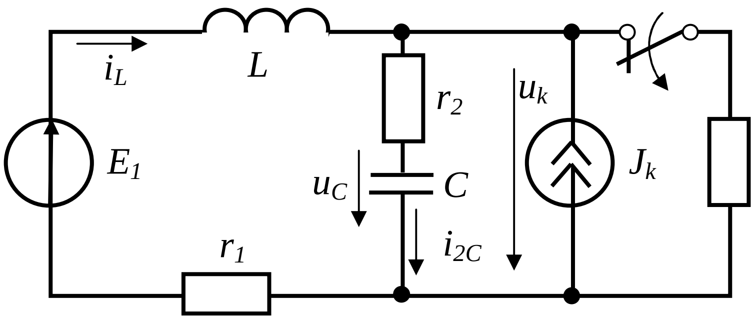


Рис. 6.11

Пояснения к решению

При расчете переходного процесса по методу переменных состояния процессы в цепи описывают двумя матричными уравнениями

$$[x']=[A]\cdot[x]+[B]\cdot[V]; \tag{6.6}$$

$$[y]=[C]\cdot[x]+[D]\cdot[V], \tag{6.7}$$

где:

x - матрица переменных состояния цепи, в качестве которых рекомендуется выбирать токи в индуктивностях и напряжения на ёмкостях (i_L, u_C);

x' - матрица первых производных от переменных состояния цепи;

V - матрица внешних воздействий, т.е. матрица $e_q(t), j_k(t)$;

y - матрица выходных величин, т.е. искомых $i_q(t), u_q(t)$.

Если полученные матричные уравнения состояния достаточно просты, их решают вручную, например, на основе интеграла Дюамеля [1]. В противном случае решение выполняется на ЭВМ.

Решение

1. Расчетом цепи до коммутации (он не приводится) находим независимые начальные условия процесса, которые в данном случае являются исходными значениями переменных состояния цепи:

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) = -0.08\ A;$$
$$u_C(0_-) = u_C(0_+) = 120\ B.$$

2. Цепь после коммутации описываем уравнениями, составленными по законам Кирхгофа

$$\begin{cases} -i_L + C\dfrac{du_C}{dt} - J_k = 0; \\ r_1 i_L + L\dfrac{di_L}{dt} + r_2 \cdot C\dfrac{du_C}{dt} + u_C = E_1. \end{cases} \qquad (6.8)$$

3. Чтобы составить матричное дифференциальное уравнение (6.6) метода, систему (6.8) решаем относительно i_L' и u_C', записывая их в форме Коши

$$u_C' = f(u_C, i_L, E_1, J_k),$$
$$i_L' = \varphi(u_C, i_L, E_1, J_k).$$

Из (6.8): $$u_C' = 0 \cdot u_C + \frac{1}{C} \cdot i_L + 0 \cdot E_1 + \frac{1}{C} \cdot J_k.$$

$$i_L' = -\frac{1}{L} \cdot u_C - \frac{r_1}{L} \cdot i_L + \frac{1}{L} \cdot E_1 - \frac{r_2 C}{L} \cdot u_C' =$$
$$= -\frac{1}{L} \cdot u_C - \frac{r_1 + r_2}{L} \cdot i_L + \frac{1}{L} \cdot E_1 - \frac{r_2}{L} \cdot J_k.$$

Таким образом, в матричной форме первое уравнение имеет вид

$$\begin{bmatrix} u_C{}' \\ i_L{}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{C} \\ -\dfrac{1}{L} & -\dfrac{r_1+r_2}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{C} \\ \dfrac{1}{L} & -\dfrac{r_2}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ J_k \end{bmatrix} \qquad (6.9)$$

4. Выражаем остальные искомые токи и напряжения через те же величины u_C, i_L, E_1, J_k и сводим их в матричную форму.

Из (6.3): $\qquad i_{2C} = 0 \cdot u_C + 1 \cdot i_L + 0 \cdot E_1 + 1 \cdot J_k;$

$$u_L = -1 \cdot u_C + r \cdot i_L + 1 \cdot E_1 - r_2 \cdot i_{2C} = -1 \cdot u_0 - (r_1 + r_2) \cdot i_L + 1 \cdot E_1 - r_2 \cdot J_k.$$

Напряжение на источнике тока $u_K(t)$в переходном процессе получим с помощью второго закона Кирхгофа

$$u_k = u_C + r_2 i_{2C} = 1 \cdot u_C + r_2 i_L + 0 \cdot E_1 + r_2 \cdot J_k.$$

Уравнение (6.7) метода в матричной форме имеет вид:

$$\begin{bmatrix} i_C \\ u_L \\ u_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -(r_1 + r_2) \\ 1 & r_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -r_2 \\ 0 & -r_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ J_k \end{bmatrix} \qquad (6.10)$$

5. После подстановки численных значений параметров в уравнения (6.9) и (6.10) получаем

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 40 \cdot 10^3 \\ -1 & -500 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 40 \cdot 10^3 \\ -1 & -250 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -500 \\ 1 & 250 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -250 \\ 0 & 250 \end{bmatrix}.$$

Отметим, что метод переменных состояния позволяет рассчитать токи и напряжение любого участка сложной схемы путем решения минимального количества дифференциальных уравнений, составленных относительно «независимых» переменных состояния (токи в индуктивностях и напряжения на емкостях).

Рассчитав независимые переменные состояния (например, решив систему уравнений (6.9) классическим методом), в условиях рассматриваемого примера получаем

$$i_L(t) = i_1(t) = -0.56 + 0.24e^{-100t} + 0.24e^{-400t} \ A;$$
$$u_C(t) = 240 - 96e^{-100t} - 24e^{-400t} \quad B.$$

Остальные токи и напряжения определяются алгебраическими уравнениями (6.10):

$$i_2(t) = i_C(t) = i_L + J_k = 0.24e^{-100t} + 0.24e^{-400t} \quad A;$$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L}{dt} = -24e^{-100t} - 96e^{-400t} \quad B;$$

$$u_k(t) = u_C + r_2 i_2 = 240 - 36e^{-100t} + 36e^{-400t} \quad B.$$

Очевидным является вывод, что при использовании ЭВМ для расчета сложных схем метод переменных состояния является самым экономичным, так как при минимуме дифференциальных уравнений затраты на программирование и решение задачи также минимальны.

Пример 6.7. На цепь из последовательно соединенных элементов r=100 *Ом* и L=0.1 *Гн* подается единичный прямоугольный импульс напряжения амплитудой $U_0 = 20$ *В* и длительностью $t_0 = 1$ *мс* (рис. 6.12,а,б).

Рассчитать и построить в интервале времени от нуля до 4τ график

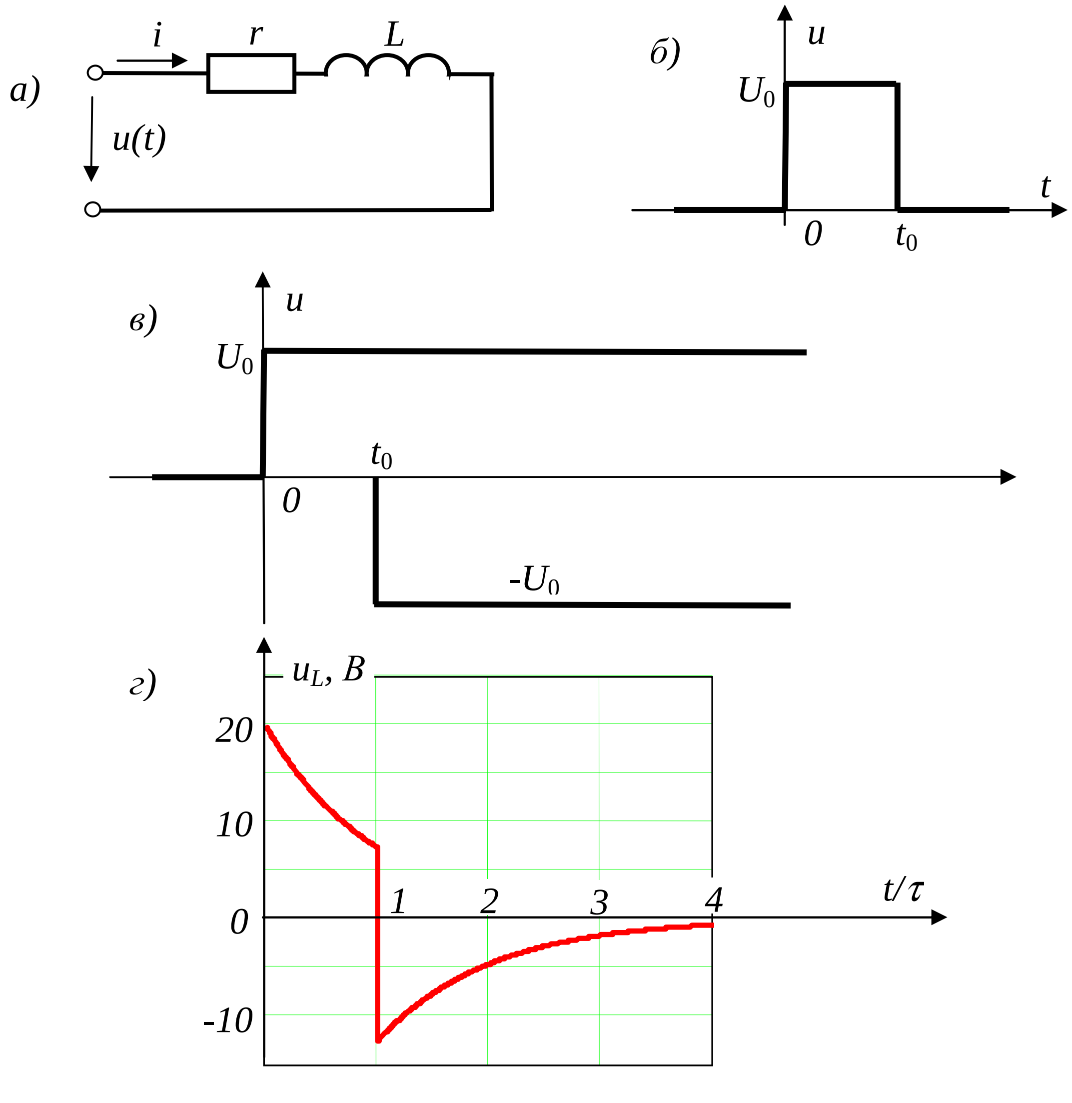


Рис. 6.12

напряжения на индуктивности $u_L(t)$.

Пояснения к решению

Расчет токов и напряжений переходного процесса в подобном случае может быть выполнен с помощью интеграла Дюамеля. Однако это достаточно громоздкий расчет. В связи с этим рекомендуем более простую методику расчета, базирующуюся на использовании принципа наложения. Импульс напряжения U_0 ограниченной длительности может быть представлен двумя импульсами $\pm U_0$ неограниченной длительности, причем импульс $-U_0$ запаздывает по отношению к импульсу $+U_0$ на время t_0 (рис.6.12,в).

Решение

Переходный процесс в цепи r,L при ее включении на постоянное напряжение хорошо известен, поэтому закон изменения напряжения на индуктивности $u_L(t)$в интервале $0 < t < t_0$ запишем без вывода:

$$U_L(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{r}{L}t} = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

При $t > t_0$ искомое напряжение $u_L(t)$ будет складываться из двух составляющих, В:

$$u_L(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} - U_0 \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left[1 - e^{+\frac{t_0}{\tau}}\right].$$

После подстановки числовых значений величин имеем

$$\tau = \frac{L}{r} = \frac{0.1}{100} = 0.001\,c = 1\,мс.$$

Выражение искомого напряжения

$$u_L(t) = \begin{cases} 20e^{-1000t}B & 0 < t < t_0 \\ -34.4e^{-1000t}B & t_0 < t < \infty \end{cases}.$$

График напряжения $u_L(t)$ приведен на рис 6.12,г.

7. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ В УСТАНОВИВШЕМСЯ И ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМАХ

7.1. **Вопросы, подлежащие изучению**

Схема замещения и основные дифуравнения однородной длинной линии. Установившийся режим в длинной линии при синусоидальном напряжении. Первичные и вторичные параметры линии с распределенными параметрами, её основные уравнения в гиперболических функциях. Бегущие волны в линии. Входное сопротивление длинной линии, в том числе при холостом ходе (ХХ) и коротком замыкании (КЗ). Определение параметров линии по опытам ХХ и КЗ. Длинная линия, согласованная с нагрузкой. Линия без искажений. Линия без потерь, её основные уравнения, входное сопротивление, в том числе при ХХ и КЗ, их зависимость от длины линии. Стоячие волны в длинной линии.

Возникновение переходных процессов в линиях с распределенными параметрами. Закон Ома для падающих и отраженных волн. Физические процессы при перемещении падающей волны с прямоугольным фронтом вдоль линии без потерь. Схемы замещения для расчета падающих волн. Схемы замещения для расчета отраженных и преломленных волн, порядок их составления и расчета по ним указанных волн. Переход волн из одной линии в другую, в том числе при наличии в месте стыка линий сосредоточенных элементов. Многократное отражение волн в линиях. Расчет волн, возникающих в линиях при переключениях.

7.2. Задачи контрольных работ

Задача 7.1. Телефонная линия длиной ℓ с первичными параметрами r_0, g_0, L_0, C_0 на единицу длины при напряжении $u_2(t) = U_{2m} \sin(\omega t)$ работает на согласованную нагрузку.

Определить вторичные параметры линии, её входное сопротивление $\underline{Z}_{вх}$ и КПД, а также длину волны λ и фазовую скорость $\upsilon_ф$ её распространения в линии. Записать мгновенные значения напряжения и тока $u_1(t)$, $i_1(t)$ на входе линии. Числовые значения заданных величин приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Первая цифра варианта	U_{2m}, *В*	f, *Гц*	ℓ, *км*	Вторая цифра варианта	r_0, *Ом/км*	$g_0 \cdot 10^6$, *См/км*	L_0, *мГн/км*	$C_0 \cdot 10^3$, *мкФ/км*
0	40	800	100	0	5.5	5.2	1.9	6.5
1	50	900	150	1	5.4	9.1	2.0	8.3
2	60	1000	120	2	5.1	6.8	2.2	7.1
3	45	1200	100	3	4.2	15	2.5	9.5
4	56	850	130	4	3.6	12	2.7	6.2
5	48	1100	180	5	4.0	11	3.0	7.5
6	48	950	160	6	3.8	13	1.8	8.4
7	56	1000	140	7	3.2	8.5	2.1	9.2
8	40	1100	150	8	5.0	9.5	2.4	7.8
9	60	1200	175	9	3,6	7.4	2.8	8.7

Задача 7.2. Трёхфазная линия электропередачи промышленной частоты 50 *Гц* работает на симметричную нагрузку, соединённую в звезду. Известные параметры линии и нагрузки приведены в табл. 7.2.

Таблица 7.2

Первая цифра варианта	Характеристики режима работы линии							
	$U_{1л}$, *кВ*	P_1, *МВт*	$\cos\varphi_1$	$U_{2л}$, *кВ*	I_2, *А*	P_2, *МВт*	$\underline{Z}_{нг}$, *Ом*	$\cos\varphi_2$
0	--	--	--	35	--	9	--	0.90
1	220	75	0.90	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	210	--	$168\angle{-18.2^0}$	--
3	--	--	--	110	--	30	--	0.86
4	--	--	--	--	245	--	$450\angle{-25.84^0}$	--
5	220	90	0.87	--	--	--	--	--

6	--	--	--	--	168	9	--	0.88
7	110	36	0.92	--	--	--	--	--
8	--	--	--	220	--	90	--	0.88
9	--	--	--	--	257	45	--	0.92

Примечание. Значения $\cos\varphi_2$ заданы при $\varphi_2 > 0$, а значения $\cos\varphi_1$ при $\varphi_1 < 0$.

Продолжение таблицы 7.2

Вторая цифра варианта	Параметры линии					ЛБИ	ЛБП
	ℓ, *км*	r_0, *Ом/км*	$g_0 \cdot 10^6$, *См/км*	L_0, *мГн/км*	C_0, *нФ/км*	Корректир параметр	Нагрузка, режим работы
0	75	0.27	0.01	1.40	8.90	L_0	1 *мкГн*
1	80	0.21	0.01	1.38	9.10	r_0	ХХ
4	100	0.105	0.01	1.31	9.79	C_0	КЗ
5	50	0.33	0.20	0.382	287	L_0	1.6 *мкГн*
7	60	0.26	0.22	0.382	290	L_0	КЗ
8	80	0.17	0.30	0.382	2964	C_0	0.002 *мкФ*

Окончание таблицы 7.2

Вторая цифра варианта	Параметры линии					ЛБИ	ЛБП
	ℓ, *км*	$\underline{Z}_c$, *Ом*	γ, *1/км*	$\underline{Z}_x$, *Ом*	$\underline{Z}_к$, *Ом*	Корректир параметр	Нагрузка, режим работы
2	100	--	--	$4211\angle -89.74^0$	$34.42\angle 66.6^0$	r_0	ХХ
3	100	$370\angle -9.3^0$	$1.04\cdot 10^{-3}\angle 80.55^0$	--	--	L_0	0.001 *мкФ*
6	80	--	--	$178\angle -88.5^0$	$14.6\angle 28.65^0$	r_0	ХХ
9	80	$42.6\angle -23.6^0$	$4.172\cdot 10^{-3}\angle 66.1^0$	--	--	L_0	1 *мкГн*

Требуется:

1. Определить недостающие первичные и вторичные параметры линии, длину волны λ и фазовую скорость $v_ф$ её распространения в линии.

2. Рассчитать полную характеристику режима работы линии, т.е. найти U_1, I_1, P_1, U_2, I_2, P_2, КПД линии, оценить согласованность нагрузки с линией.

3. Рассчитать величину регулируемого параметра линии, указанного в таблице вариантов, чтобы при найденных ранее трёх остальных первичных параметрах линия стала бы неискажающей (ЛБИ).

4. Принять параметры r_0 и g_0 равными нулю, а частоту $f = 2{,}5$ *кГц*. Для полученной таким образом линии без потерь (ЛБП) определить её вторичные параметры и длину волны. С учётом нагрузки или режима работы, указанных в последнем столбце табл. 7.2, построить график входного сопротивления $\underline{Z}_{вх}(y)$ в функции расстояния от её конца. При построении графика координату “ y “ удобно задавать в долях от длины волны, а напряжение U_2 или ток I_2 условно принять равным единице.

<u>Задача 7.3.</u> Линия без потерь (рис.7.1) с параметрами Z_c, ℓ, υ, подключается к источнику постоянного напряжения. Требуется:

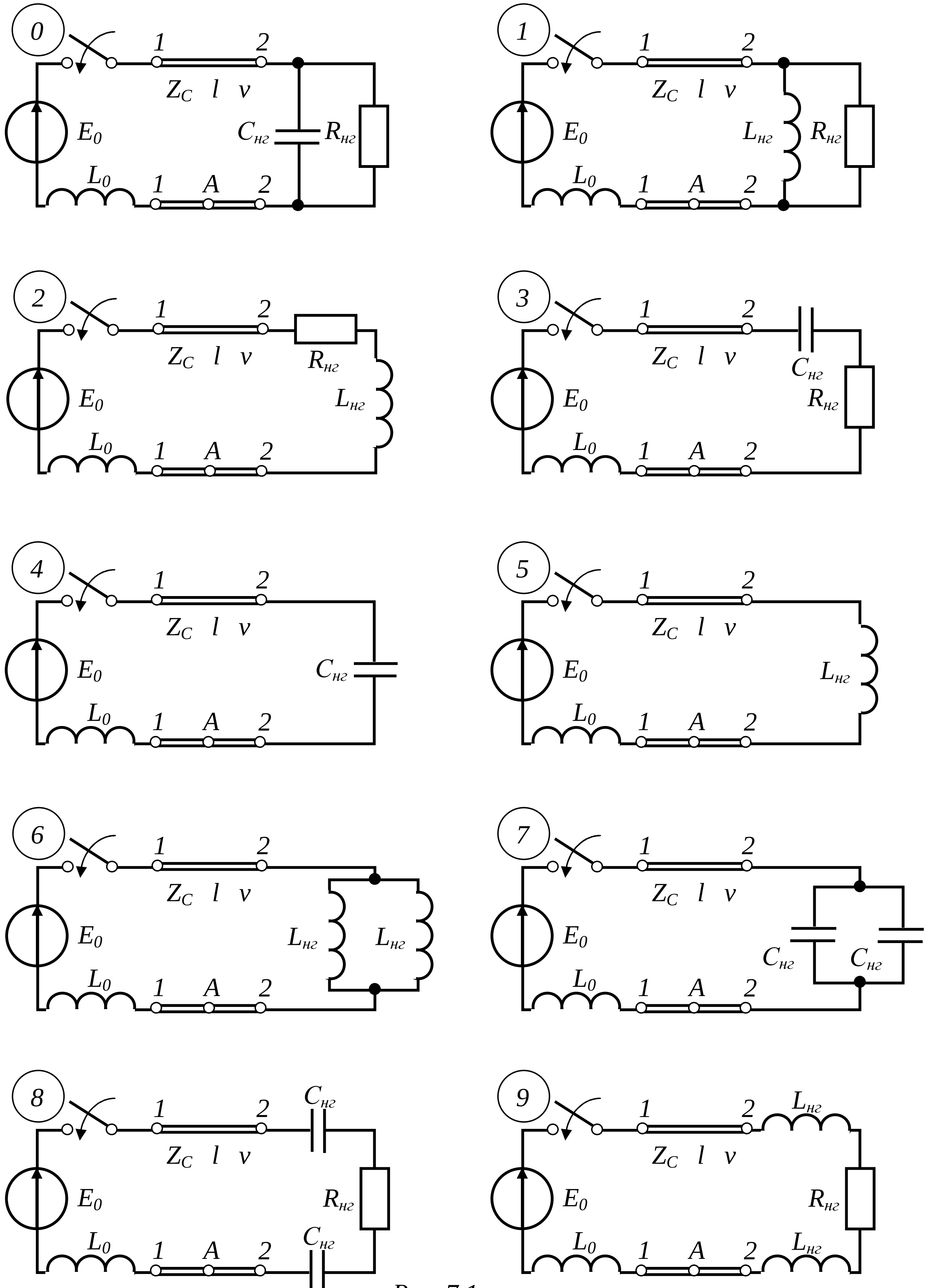

0
1 2
ZC l v
E0
Cнг Rнг
L0 1 A 2
1
1 2
ZC l v
E0
Lнг Rнг
L0 1 A 2
2
1 2
ZC l v
Rнг
E0
Lнг
L0 1 A 2
3
1 2
ZC l v
Cнг
E0
Rнг
L0 1 A 2
4
1 2
ZC l v
E0
Cнг
L0 1 A 2
5
1 2
ZC l v
E0
Lнг
L0 1 A 2
6
1 2
ZC l v
E0
Lнг Lнг
L0 1 A 2
7
1 2
ZC l v
E0
Cнг Cнг
L0 1 A 2
8
Cнг
1 2
ZC l v
E0
Rнг
Cнг
L0 1 A 2
9
Lнг
1 2
ZC l v
E0
Rнг
Lнг
L0 1 A 2

Рис. 7.1

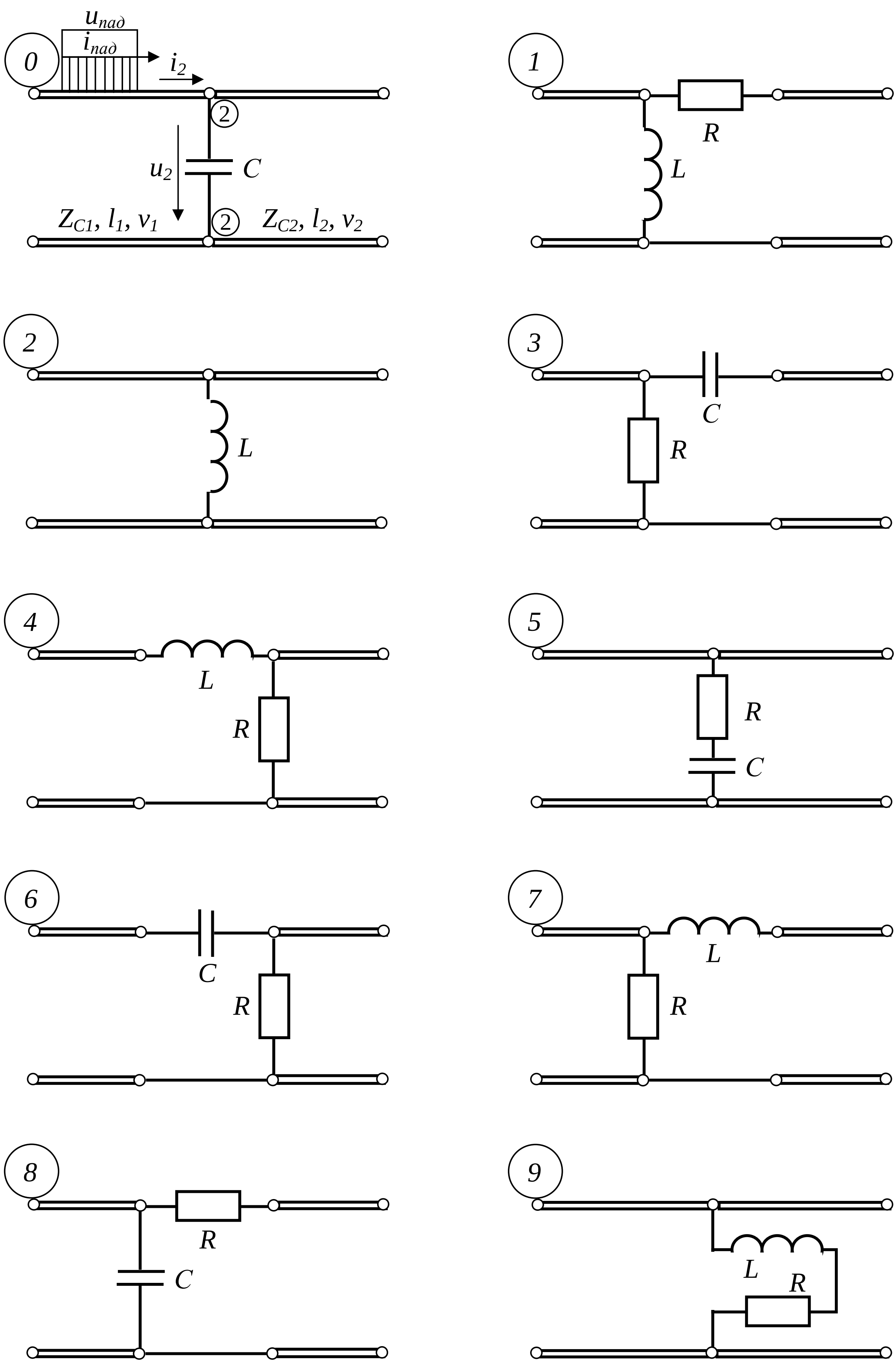

0
$u_{пад}$
$i_{пад}$
i_2
2
u_2
C
2
Z_{C1}, l_1, v_1
Z_{C2}, l_2, v_2
1
R
L
2
L
3
C
R
4
L
R
5
R
C
6
C
R
7
L
R
8
R
C
9
L
R

Рис. 7.2

1. Полагая внутреннюю индуктивность источника равной L_0, а конец линии разомкнутым, построить графики распределения напряжения $u_{рез}(t_ф, y)$ и тока $i_{рез}(t_ф, y)$ вдоль линии для двух моментов времени: $t_1 = 0.75\ \ell/v$ и $t_2 = 1.5\ \ell/v$.

2. Полагая источник идеальным ($L_0=0$), а линию – нагруженной, построить графики распределения напряжения $u_{рез}(t_ф, y)$ и тока $i_{рез}(t_ф, y)$ вдоль линии на момент времени $t_ф = 1.5\ \ell/v$, считая с момента включения линии.

3. Полагая источник идеальным , а линию – нагруженной, построить графики напряжения $u_A(t)$ или тока $i_A(t)$ в точке A, находящейся посередине линии в течение времени, равного двум пробегам волны: $0 < t < 2\,\ell/v$.

Все заданные параметры приведены в табл. 7.3.

Таблица 7.3

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E, кВ	110	120	220	380	380	220	110	180	160	125
L_0, Гн	0.1	0.15	0.08	0.12	0.15	0.075	0.12	0.15	0.1	0.09
Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ℓ, км	135	216	240	240	280	200	120	145	150	120
$v \cdot 10^3$, км/с	270	240	120	300	280	100	100	290	300	150
Z_c, Ом	250	300	60	400	450	75	80	240	200	100
$R_{нг}$, Ом	750	700	140	100	150	50	45	760	50	100
$L_{нг}$, Гн	0.25	0.10	0.125	0.1	0.15	0.05	0.05	0.20	0.1	0.08
$C_{нг}$, мкФ	1.0	1.25	0.40	0.25	0.5	0.75	0.1	1.0	0.40	0.50

Задача 7.4. По воздушной линии (рис.7.2) с параметрами Z_{c1}, ℓ_1, v_1 распространяется падающая волна $u_{пад}$ с прямоугольным фронтом, переходя затем через корректирующие элементы в кабель с параметрами Z_{c2}, v_2, $\ell_2 = 0.5\ell_1$, конец которого разомкнут. Требуется:

- построить графики изменения тока $i_2(t)$ и напряжения $u_2(t)$ в сечении “2-2” в функции времени;

- построить графики распределения вдоль линий результирующего напряжения и тока для момента времени $t_ф = 0.5\ell_2/v_2$, считая с момента прихода первой волны в сечение “2-2”.

Параметры всех элементов приведены в табл. 7.4. Из L, r, C - элементов, указанных в табл. 7.4, использовать те, которые имеются в вашем варианте схемы.

Таблица 7.4

Первая цифра варианта	$u_{пад}$, кВ	ℓ, км	Z_{c1}, Ом	Z_{c2}, Ом	r, Ом	L, мГн	C, мкФ
0	200	150	280	50	200	40	0.8
1	220	120	210	44	240	30	1.0
2	127	120	180	40	250	20	0.8
3	120	105	240	60	280	35	0.75

4	220	120	220	55	240	25	0.5
5	127	90	250	48	200	28	0.4
6	130	105	300	75	225	32	0.5
7	220	150	300	60	280	50	0.75
8	380	180	280	75	320	40	0.6
9	130	90	200	56	180	15	0.8

Задача 7.5. Параметры источника, линии без потерь и резистивной нагрузки (рис.7.3,а,б) приведены в табл. 7.5.

Таблица 7.5.

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E_0, *кВ*	330	220	110	380	220	150	200	400	500	220
r_0, *Ом*	90	80	50	90	40	30	40	80	90	50
ℓ, *км*	360	210	150	400	180	120	200	480	450	240
Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Z_c, *Ом*	280	180	250	400	450	240	160	240	220	400
R_1, *Ом*	1320	1500	400	100	450	600	220	500	60	200
R_2, *Ом*	440	500	400	300	50	200	660	150	50	200
Схема	б	б	а	а	б	б	а	б	а	а

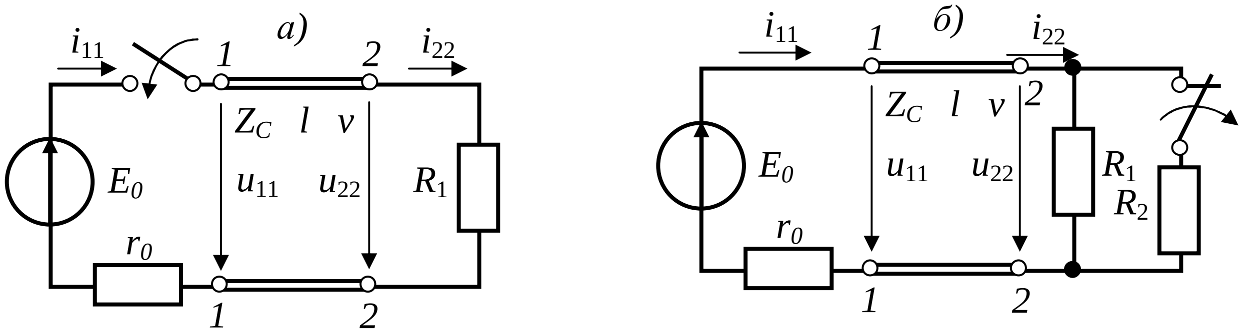


Рис. 7.3

Требуется рассчитать и построить графики изменения тока $i_{11}(t)$ и напряжения $u_{22}(t)$ (четные варианты) или тока $i_{22}(t)$ и напряжения $u_{11}(t)$ (нечетные варианты), определить практическую длительность переходного процесса (время и количество пробегов волн вдоль линии).

7.2. **Типовые примеры решения задач**

Пример 7.1. Однофазная линия синусоидального тока длиной ℓ=100 *км* с параметрами r_0=3.2 *Ом/км*, g_0=6.5·10^{-6} *См/км*, L_0=2 *мГн/км*, C_0=8.7 *нФ/км* работает в установившемся режиме при частоте 1 *кГц*. Нагрузка согласованная. Напряжение в конце линии 36 *В*.

Определить волновое сопротивление $\underline{Z}_c$, коэффициент затухания α и коэффициент фазы β, длину волны λ и фазовую скорость $\upsilon_ф$ её распространения в линии. Рассчитать также мгновенные значения напряжения и тока $u_1(t)$, $i_1(t)$ на входе линии, её $\underline{Z}_{вх}$ и КПД.

Решение

Уравнения линии, её входное сопротивление и КПД в согласованном режиме определяются соотношениями:

$$\underline{U}_1=\underline{U}_2\cdot e^{\gamma\ell}; \quad \underline{I}_1=\underline{I}_2\cdot e^{\gamma\ell}; \quad \underline{Z}_{вх}=\underline{Z}_{нг}=\underline{Z}_c; \quad \eta=P_2/P_1=e^{-2\alpha\ell}.$$

1. Вторичные параметры линии: волновое сопротивление $\underline{Z}_c$ и постоянную распространения сигнала $\underline{\gamma}=\alpha+j\beta$ в линии рассчитываем через заданные первичные параметры

$$\omega=2\pi\cdot f=2\pi\cdot 1000=6280\,рад/с;$$

$$\underline{Z}_0=r_0+j\omega L_0=3.2+j6280\cdot 2\cdot 10^{3}=12.961e^{j\,75.71^\circ}\ Ом/км;$$

$$\underline{Y}_0=g_0+j\omega C_0=6.5\cdot 10^{-6}+j6280\cdot 8.7\cdot 10^{-9}=55.02\cdot 10^{-6}\,e^{j\,83.22^\circ}\ См/км.$$

$$\underline{Z}_c=\sqrt{\frac{\underline{Z}_0}{\underline{Y}_0}}=\sqrt{\frac{12.961e^{j75.7^\circ}}{55.02\cdot 10^{-6}e^{j83.22^\circ}}}=485.35e^{-j3.75^\circ}\ Ом.$$

$$\underline{\gamma}=\alpha+j\beta=\sqrt{\underline{Z}_0\cdot\underline{Y}_0}=\sqrt{12.961e^{j75.71^\circ}\cdot 55.02\cdot 10^{-6}e^{j83.21^\circ}}=$$

$$=0.0267e^{j79.46^\circ}=0.00488+j\,0.02625\ 1/км,$$

т.е. коэффициент затухания $\alpha=4.88\cdot 10^{-3}$ *Нп/км*, коэффициент фазы $\beta=26.25\cdot 10^{-3}$ *рад/км*.

2. Другие характеристики линии: длина волны и скорость её распространения в линии зависят от параметров линии и от частоты, на которой работает линия. КПД согласованной линии зависит только от её длины ℓ и от коэффициента затухания α.

$$\lambda=\frac{2\pi}{\beta}=\frac{2\pi}{26.25\cdot 10^{-3}}=239.24\ км;$$

$$\upsilon_ф=\frac{\omega}{\beta}=\lambda\cdot f=6280/26.25\cdot 10^{-3}=239.24\cdot 10^{-3}\ км/с;$$

$$\eta=P_2/P_1=e^{-2\alpha\ell}=e^{-2\cdot 0.00488\cdot 100}=0.3768;$$

$$\underline{Z}_{вх}=\underline{Z}_c=485.35e^{-j3.75^\circ}\ Ом.$$

3. Пусть в конце линии напряжение в комплексной форме $\underline{U}_2=36\,e^{j\,0}=36\ В$, тогда

$$\underline{I}_2=\frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_{нг}}=\frac{36\cdot 10^{3}}{485.35e^{-j3.75^\circ}}=74.17e^{j\,3.75^\circ}\ мА.$$

Для расчёта тока и напряжения на входе линии находим:

$$\gamma\ell=\alpha\ell+j\,\beta\ell=4.88\cdot 10^{-3}\cdot 100+j26.25\cdot 10^{-3}\cdot 100=0.488+j2.625;$$

$$\underline{U}_1=\underline{U}_2\cdot e^{\gamma\ell}=36\cdot e^{\alpha\ell}\cdot e^{j\beta\ell}=36\cdot e^{0.488}\cdot e^{j\,2.625}=58.646\ e^{j150.4^\circ}\ B;$$

$$\underline{I}_1=\underline{I}_2\cdot e^{\gamma\ell}=\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}вх}=\frac{58.646\,e^{j150.4^\circ}\cdot 10^3}{485.35e^{-j3.75^\circ}}=120.83\ e^{j154.15^\circ}\ мА.$$

Записываем мгновенные значения тока и напряжения

$$u_1(t)=58.646\sqrt{2}\cdot\sin(\omega t+150.40^\circ)\ B,$$
$$i_1(t)=120.83\sqrt{2}\cdot\sin(\omega t+154.15^\circ)\ мА.$$

<u>Пример 7.2</u>. Трёхфазная линия электропередачи длиной ℓ=100 *км* работает на частоте 50 *Гц* в установившемся режиме, который задан током и сопротивлением нагрузки: I_2=245 *А*, $\underline{Z}_{нг}$=259,22e$^{j\,25,84^\circ}$ *Ом*.

Для определения параметров линии поставлены опыты холостого хода и короткого замыкания и получено: $\underline{Z}_{хх}$ = 3339e$^{-j\,89,73^\circ}$ *Ом*, $\underline{Z}_{кз}$ = 43,94e$^{j\,72,5^\circ}$ *Ом*.

Требуется определить параметры линии, проверить фазовую скорость распространения волны в линии $\upsilon_ф$, рассчитать напряжения и токи на входе и на выходе линии, оценить КПД и согласованность нагрузки с линией.

Решение

1. По заданным значениям сопротивлений $\underline{Z}_{хх}$ и $\underline{Z}_{кз}$ определяем характеристические параметры линии $\underline{Z}_c$ и $\underline{\gamma}=\alpha+j\beta$:

$$\underline{Z}_c=\sqrt{\underline{Z}_{хх}\cdot\underline{Z}_{кз}}=\sqrt{3339e^{-j89.73^\circ}\cdot 43.94e^{j72.5^\circ}}=383e^{-j\,8.61^\circ}\ Ом;$$

$$th\underline{\gamma}\ell=\sqrt{\frac{\underline{Z}_{кз}}{\underline{Z}_{хх}}}=\sqrt{\frac{43.94e^{j72.5^\circ}}{3339e^{-j89.73^\circ}}}=0.1147e^{j\,81.11^\circ}=0.0177+j0.1133.$$

Постоянную распространения сигнала $\underline{\gamma}$ в линии, коэффициенты затухания α и фазы β находим из соотношения:

$$\frac{1+th\gamma\ell}{1-th\gamma\ell}=e^{2\underline{\gamma}\ell}=e^{2\alpha\ell}\cdot e^{j2\beta\ell};$$

$$\frac{1+0.0177+j0.1133}{1-0.0177-j0.1133}=1.0356\,e^{j12.97^\circ}=1.0356\ e^{j0.2264}.$$

Приравниваем:

$$1.0356=e^{2\alpha\ell}\quad и\quad e^{j\,(0.2264+2к\pi)}=e^{j2\beta\ell}.$$

Из первого выражения находим величину коэффициента затухания α

$$2\alpha\ell=\ell n\ 1.0356=0.03498;\qquad \alpha=0.03498/2\cdot 100=0.1749\cdot 10^{3}\ Нп/км.$$

Во втором соотношении сначала оценим величину “к”. Так как линия воздушная, то примем $\upsilon_ф \approx 300 \cdot 10^3$ *км/с* и рассчитаем ориентировочную величину коэффициента фазы

$$\beta' = \frac{\omega}{v_ф} = \frac{2\pi \cdot f}{v_ф} = \frac{314}{290 \cdot 10^3} = 1.047 \cdot 10^{-3} \text{ рад/км}.$$

Тогда общий сдвиг фазы на всей длине линии: $2\beta'\ell = 2 \cdot 1.047 \cdot 10^{-3} \cdot 100 =$ $= 0.209$ *рад*, т.е. меньше 2π. Поэтому во втором расчётном соотношении следует принять к = 0.

Тогда $\beta = 0.226 / 2 \cdot 100 = 1.13 \cdot 10^{-3}$ *рад/км*.

Итак: $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = 0.1749 \cdot 10^{-3} + j1.13 \cdot 10^{-3} = 1.1434 \cdot 10^{-3}\, e^{j\,81.2^\circ}$ *1/км*.

2. Через найденные вторичные параметры $\underline{Z}_c$ и $\underline{\gamma}$ определяем первичные параметры линии

$$\underline{Z}_c \cdot \underline{\gamma} = \underline{Z}_0 = r_0 + j\omega L_0 = 383 e^{-j\,8.61^\circ} \cdot 1.1434 \cdot 10^{-3}\, e^{j81.2^\circ} = 0.4379\, e^{j72.59^\circ} =$$
$$= 0.131 + j0.4178 \text{ Ом/км}.$$

$$\frac{\underline{\gamma}}{\underline{Z}_c} = \underline{Y}_0 = g_0 + j\omega C_0 = \frac{1.1434 \cdot 10^{-3} e^{j81.2^\circ}}{383 e^{-j8.61^\circ}} = 2.985 \cdot 10^{-3}\, e^{j\,89.81^\circ} =$$
$$= 0.009794 \cdot 10^{-6} + j2.985 \cdot 10^{-6} \approx 0.01 \cdot 10^{-6} + j\,2.985 \cdot 10^{-6} \text{ См/км}.$$

Таким образом, первичные параметры линии:

$$r_0 = 0.131 \text{ Ом/км}, \qquad L_0 = \frac{0.4178}{314} = 1.33 \cdot 10^{-3} \text{ Гн/км},$$

$$g_0 = 0.01 \cdot 10^{-6} \text{ См/км}, \qquad C_0 = \frac{2.985 \cdot 10^{-6}}{314} = 9.5 \cdot 10^{-9} \text{ Ф/км}.$$

3. Проверим фазовую скорость распространения волны в линии

$$\upsilon_ф = \frac{\omega}{\beta} = \sqrt{\frac{1}{L_0 \cdot C_0}} = \frac{314}{1.13 \cdot 10^{-3}} = 278017 \text{ км/с}.$$

4. Режим работы линии задан током I_2 и сопротивлением нагрузки $\underline{Z}_{нг}$. Рассчитаем остальные характеристики режима: $U_{2л}$, P_2, $U_{1л}$, I_1, P_1 и КПД линии. При соединении нагрузки в звезду, для конца линии будем иметь:

$$U_{2ф} = Z_{нг} \cdot I_{2ф} = 259.22 \cdot 245 = 63508.9 \text{ В} \approx 63.5 \text{ кВ};$$
$$P_2 = 3U_{2ф} \cdot I_{2ф} \cdot \cos\varphi_н = 3 \cdot 63.5 \cdot 10^3 \cdot 245 \cdot \cos 25.84^\circ = 42 \text{ МВт}.$$

В комплексной форме: пусть $\underline{U}_{2ф} = U_{2ф} \cdot e^{j\,0} = 63.5$ *кВ*, тогда

$$I_{2ф} = I_2 \cdot e^{-j\varphi_н} = 245 e^{-j25.84^\circ} \text{ А}.$$

Фазные ток и напряжение на входе линии определяем по основным уравнениям линии

$$\begin{cases} \\ \end{cases}$$

$$\underline{U}_{1ф} = \underline{U}_{2ф}\cdot ch\,\gamma\ell \;+\; \underline{Z}_c\cdot \underline{I}_{2ф}\cdot sh\,\gamma\ell\,;$$
$$\underline{I}_{1ф} = \frac{1}{\underline{Z}_c}\underline{U}_{2ф}\cdot sh\,\gamma\ell \;+ \underline{I}_{2ф}\cdot ch\,\gamma\ell\,. \qquad (7.1)$$

Для этого сначала считаем гиперболические функции комплексного переменного $ch\,\gamma\ell$ и $sh\,\gamma\ell$.

$$\gamma\ell = \alpha\ell + j\beta\ell = (0.1749\cdot10^{-3} + j1.13\cdot10^{-3})\cdot100 = 0.01749 + j\,0.113.$$
$$\beta\ell = 0.113 \text{ рад} = 6.474^{\circ}.$$
$$ch\,\gamma\ell = \frac{e^{\underline{\gamma\ell}} + e^{-\underline{\gamma\ell}}}{2} = \frac{e^{\alpha\ell}\cdot e^{j\beta\ell} + e^{-\alpha\ell}\cdot e^{-j\beta\ell}}{2} =$$
$$= 0.5\cdot[e^{0.01749}\cdot e^{j6.47^{\circ}} + e^{-0.01749}\cdot e^{-j6.47^{\circ}}] =$$
$$= 0.5088\,e^{j\,6.47^{\circ}} + 0.49133\,e^{-j\,6.47^{\circ}} = (0.5055 + j0.05737) + (0.4882 - j0.0554) =$$
$$= 0.9937 + j0.00197 = 0.9938\,e^{j\,0.11^{\circ}}$$
$$sh\,\gamma\ell = \frac{e^{\underline{\gamma\ell}} - e^{-\underline{\gamma\ell}}}{2} = (0.5055 + j0.05737) - (0.4882 - j0.0554) = 0.114\,e^{j\,81.28^{\circ}}.$$

Значения $ch\,\gamma\ell$ и $sh\,\gamma\ell$ подставляем в уравнения (7.1) и находим сначала напряжение и ток на входе линии, а затем мощность P_1 и КПД линии

$$\underline{U}_{1ф} = 63.5\cdot10^3\cdot 0.9938\,e^{j\,0.11^{\circ}} + 383\,e^{-j\,8.61^{\circ}}\cdot 245\,e^{-j\,25.84^{\circ}}\cdot 0.114\,e^{j\,81.28^{\circ}} =$$
$$= 70870.3\,e^{j\,6.42^{\circ}}\,B.$$
$$\underline{I}_{1ф} = 63.5\cdot10^3\cdot 0.114\,e^{j\,81.28^{\circ}} / 383\,e^{-j\,8.61^{\circ}} + 245\,e^{-j\,25.84^{\circ}}\cdot 0.9938\,e^{j\,0.11^{\circ}} =$$
$$= 235.9\,e^{-j\,21.59^{\circ}}\,A.$$
$$P_{1ф} = \mathrm{Re}[\,\underline{U}_{1ф}\cdot \overset{*}{\underline{I}}_{1ф}] = \mathrm{Re}[\,70870.3\,e^{j\,6.42^{\circ}}\cdot 235.9\,e^{j\,21.59^{\circ}}]\cdot10^{-6} = 14.741\,МВт.$$

Линейные напряжение и ток на входе линии

$$\underline{U}_{1л} = \sqrt{3}\,\underline{U}_{1ф}\cdot e^{j\,30^{\circ}} = \sqrt{3}\cdot 70870.3\,e^{j\,6.42^{\circ}}\cdot e^{j\,30^{\circ}} = 122.751\,e^{j\,36.42^{\circ}}\,кВ.$$
$$\underline{I}_{1л} = \underline{I}_{1ф} = 235.9\,e^{-j\,21.59^{\circ}}\,A.$$
$$P_1 = 3P_{1ф} = 44.224\,МВт.$$

Коэффициент полезного действия линии:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{42}{44.224} = 0.9497.$$

Нагрузка не согласована с линией, так как

$$\underline{Z}_{нг} = 259{,}22e^{j\,25{,}84^{\circ}} \neq \underline{Z}_c = 383\,e^{-j\,8.61^{\circ}}\,Ом.$$

Таким образом, режим работы линии:

$U_{1л} = 122.751\,кВ$, $I_1 = 235.9\,A$, $P_1 = 44.224\,МВт$.
$U_{2л} = 110\,кВ$, $I_2 = 245\,A$, $P_2 = 42\,МВт$.

Пример 7.3. Линия без потерь с параметрами Z_c, ℓ, v подключается к источнику постоянного напряжения с внутренней индуктивностью L_0 (рис.7.4). Конец линии разомкнут. Требуется построить графики распределения напряжения $u_{рез}(t_ф,\ y)$ и тока $i_{рез}(t_ф,\ y)$ вдоль линии для двух моментов времени: $t_1 = 0.75\ \ell/v$ и $t_2 = 1.5\ \ell/v$.

Дано: E_0=120 *кВ*, L_0=0.15 *Гн*, Z_c=250 *Ом*, ℓ=140 *км*, $v_ф=280\cdot10^3$ *км/с*.

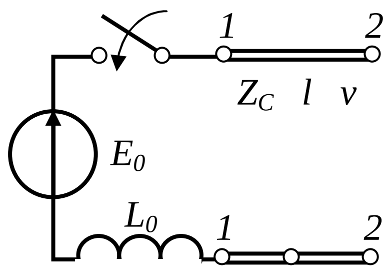


Рис. 7.4

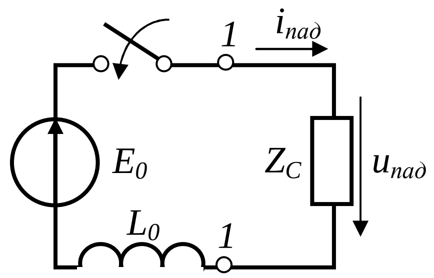


Рис. 7.5

Решение

Сразу после подключения в линии возникает падающая волна, которую рассчитаем по схеме замещения рис.7.5.

$$i_{пад}(t) = i_{пр}(t) + A_1 e^{pt};$$
$$i_{пад}(0) = 0,$$
$$i_{пр}(t)=E_0/Z_c=120\cdot10^3/250=480\ A,$$
$$A_1= i_{пад}(0) - i_{пр}(0) = 0 - 480 = -480\ A,\quad p = -Z_c/L_0 = -250/0.15= -1666.67\ 1/c,$$
$$i_{пад}(t) = 480 - 480\ e^{-1666.67t}\ A;$$
$$u_{пад}(t) = Z_c\cdot i_{пад}(t) = 120 - 120\ e^{-1666.67t}\ кВ.$$

На момент времени $t_1 = 0.75\ell/v = 0.375$ мс в линии будет только падающая волна.

Для получения зависимостей тока и напряжения от координаты x, по которым будут построены требуемые графики, переходим к аргументу $[\ t_ф - \frac{x}{v}\ ]$:

$$i_{пад}(x) = 480 - 480\ e^{-1666.67(0.375\cdot10^{-3}-x/280\cdot10^3)} = 480 - 480\ e^{-1.667(0.375-x/280)}\ A;$$
$$u_{пад}(x) = 120 - 120\ e^{-1.667(0.375-x/280)}\ кВ.$$

При $t_1 = 0.375$ *мс* выражения справедливы для координаты $x \le v_ф\cdot t_1 = {}$ $=280\cdot10^3\cdot\ 0.375\cdot10^3 = 105$ *км*. По полученным выражениям построены графики распределения напряжения и тока вдоль линии для момента времени t_1, которые представлены на рис.7.6.

К моменту времени $t_2=1.5\ell/v$=0.75 *мс* в линии будут существовать как падающая (0.75 *мс*), так и отражённая (0.75– ℓ/v =0.75–0.5=0.25 *мс*) волны.

Поскольку в конце линия разомкнута, то волна отражается полностью и без перемены знака (n_2=1). Таким образом, выражения для волн в этом случае будут:

$$\begin{cases} u_{пад}(x) = 120 - 120\ e^{-1.667(0.75 - x/280)}\,кВ. \\ i_{пад}(x) = 480 - 480\ e^{-1.667(0.75 - x/280)}\ A; \qquad 0 \le x \le 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{отр}(y) = 120 - 120\ e^{-1.667(0.25 - y/280)}\,кВ. \\ i_{отр}(y) = 480 - 480\ e^{-1.667(0.25 - y/280)}\ A; \qquad 0 \le y \le 70 \end{cases}$$

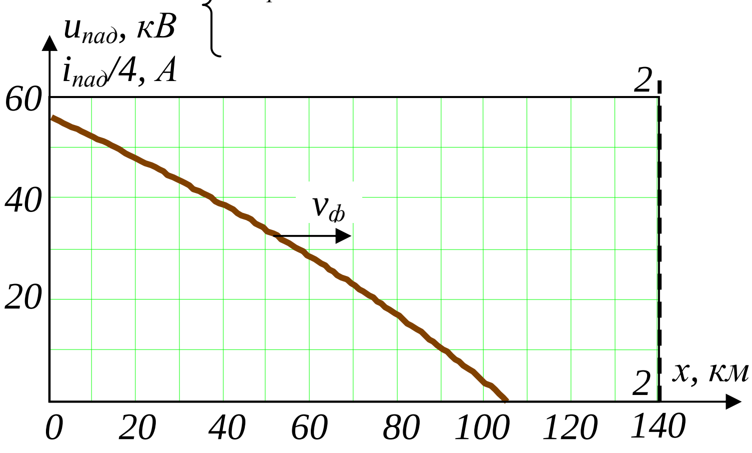


Рис. 7.6

По полученным выражениям произведем расчет значений волн в нескольких точках линии, результаты которого представлены в табл. 7.6.

Таблица 7.6

x, км	$u_{пад}$, кВ	$i_{пад}$, А	y, км	$u_{отр}$, кВ	$i_{отр}$, А
140	40.9	163.6	70	0	0
105	55.78	223.1	35	22.57	90.3
70	67.86	271.4	17.5	32.21	128.85
0	85.63	342.5	0	40.9	163.6

По данным табл. 7.6 на рис.7.7 построены сначала графики падающей и отражённой волн, а графики результирующих значений напряжения $u(x)$ и тока $i(x)$ получаем сложением падающей и отражённой волн в соответствии с соотношениями:

$$u = u_{пад} + u_{отр}; \qquad i = i_{пад} - i_{отр}.$$

Пример 7.4. Нагруженная линия без потерь с параметрами $Z_с$, ℓ, υ, подключается к идеальному источнику постоянного напряжения E_0 (рис.7.8). Требуется:

- построить графики распределения напряжения $u(t_ф, y)$ и тока $i(t_ф, y)$ вдоль линии для момента времени $t_ф$=0.75 *мс* после включения линии;
- рассчитать и построить график изменения напряжения $u_A(t)$ в точке A, находящейся посередине линии, в течение времени, равного двум пробегам волны по линии.

Дано: E_0=120 *кВ*, Z_C=250 *Ом*, ℓ=140 *км*, $\upsilon_ф$=280·10^3 *км/с*, $R_{нг}$=750 *Ом*, $C_{нг}$=1.066 *мкФ*.

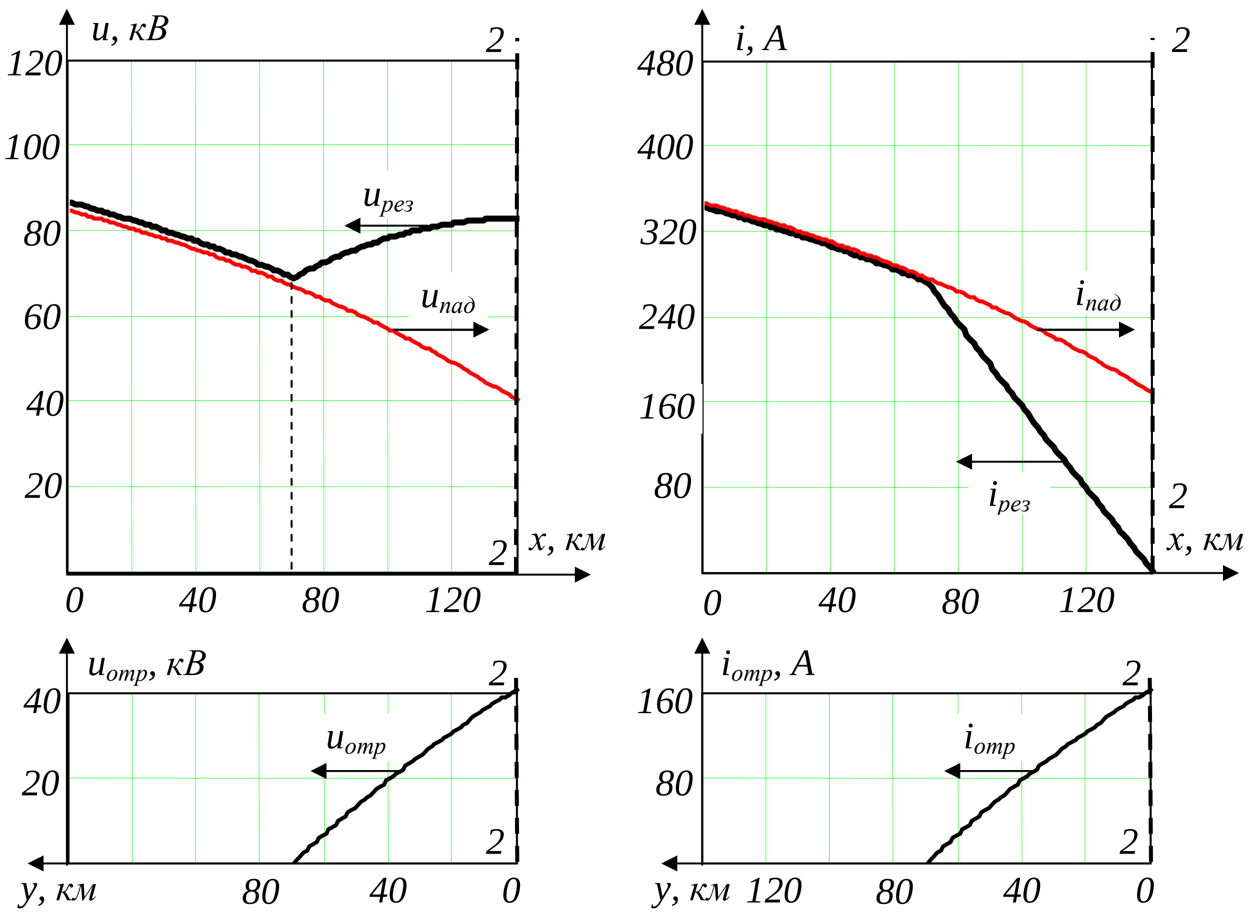


Рис. 7.7,а *Рис. 7.7,б*

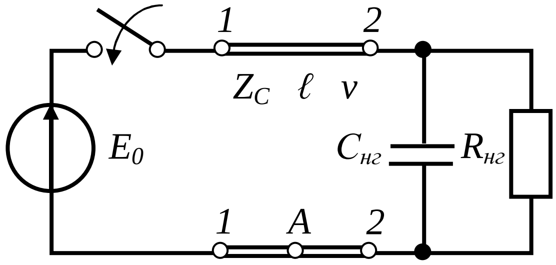


Рис. 7.8

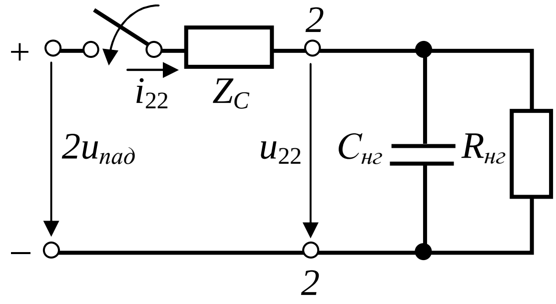


Рис. 7.9

Решение

Определяем время пробега волны по линии $t_{пр}=\ell/v_ф=0.5$ *мс* и рассчитываем падающую волну.

$$u_{пад}=E_0=120\ кВ;\quad i_{пад}=u_{пад}/Z_C=120\cdot10^3/250=480\ А.$$

1. Производим расчет распределения напряжения $u(t_ф,\ y)$ и тока $i(t_ф,\ y)$ вдоль линии для момента времени $t_ф=0.75$ *мс* после включения линии. Поскольку $t_ф>t_{пр}$, то в линии будут существовать и падающая волна и отражённая, причём время существования отражённой волны $t`_ф=t_ф-t_{пр}=0.25$ *мс*. Рассчитаем отраженную волну с помощью схемы замещения рис.7.9, составленной для сечения "2-2". В этой схеме

$$u_{22}(t)=u_C(t)=u_{пр}+Ae^{pt};\quad u_C(0)=0,\quad u_{пр}=\frac{2u_{пад}}{Zc+R_{нг}}\cdot R_{нг}=\frac{2\cdot120\cdot10^3}{250+750}\cdot750=180\ кВ,$$

$$A=u_C(0)-u_{пр}=0–180=-180\ кВ,$$

$$Z_{вх}(p)=\frac{1}{pC}+\frac{Z_C\cdot R_{нг}}{Z_C+R_{нг}}=\frac{1}{1.066\cdot10^{-6}\cdot p}+\frac{250\cdot750}{250+750}=0;\qquad p=-5000\ 1/с\ ,$$

Следовательно, $u_{22}(t)=u_C(t)=180–180e^{-5000\,t}$ *кВ*.

Из соотношения $u_{22}(t)=u_{пад}+u_{отр}$, а затем по закону Ома находим:

$$u_{отр}(t)=u_{22}(t)-u_{пад}(t)=180–180e^{-5000t}–120=60-180e^{-5000t}\ кВ.$$

$$i_{отр}(t)=\frac{u_{отр}}{Z_C}=240–720e^{-5000t}\ А\ .$$

Для построения графиков распределения напряжения и тока вдоль линии, переходим к аргументу $(t_ф-y/v)$ в выражении для отраженной волны:

$$u_{отр}(t_ф,y)=60–180\,e^{-5\cdot(0.25-y/280)}\ кВ,\qquad 0\le y\le 70\ км.$$

$$i_{отр}(t_ф,y)=240–720\,e^{-5\cdot(0.25-y/280)}\ А\ .$$

$$u_{пад}=120\ кВ=\text{const};\qquad i_{пад}=480\ А=\text{const},\qquad 0\le x\le 140\ км.$$

По этим выражениям на рис.7.10 построены сначала графики падающей $u_{пад}$, $i_{пад}$ и отражённой $u_{отр}$, $i_{отр}$ волн, а графики результирующих значений напряжения и тока получаем сложением падающей и отражённой волн в соответствии с соотношениями:

$$u=u_{пад}+u_{отр}; \qquad i=i_{пад}-i_{отр}.$$

2. Для расчета и построения графика изменения напряжения $u_A(t)$ в точке A, находящейся посередине линии, в течение времени, равного двум пробегам волны воспользуемся результатами, полученными в первой части решения данной задачи

$$u_{пад}=120\ кВ = \text{const}; \qquad i_{пад}=480\ А = \text{const}, \qquad 0 \le x \le 140\ км.$$

$$u_{отр}(t)=u_{22}(t)-u_{пад}(t)=180–180e^{-5000t}–120=60-180e^{-5000t}\ кВ.$$

$$i_{отр}(t)=\frac{u_{отр}}{Z_c}=240–720e^{-5000t}\ А\ .$$

В точке A до прихода падающей волны, т.е. в течение времени t=0…0.5$t_{пр}$ $u_A(t)$ = 0.

С момента t_1=0.5$t_{пр}$=0.25 *мс* до момента t_2=1.5$t_{пр}$=0.75 *мс*, пока падающая волна достигнет конца линии, а затем отражённая волна достигнет точки A, напряжение $u_A(t)=u_{пад}$=120 *кВ*.

В момент t_2 отражённая волна приходит в точку A, происходит наложение падающей и отражённой волн: $u_A(t)=u_{пад}+u_{отр}=120+(60-180e^{-5000t})$ *кВ*.

Этот закон изменения $u_A(t)$ будет действовать в течение времени t=0…$t_{пр}$, пока отражённая волна придёт в начало линии (0.25 *мс*), и пока возникшая новая падающая волна достигнет точки A (0.25 *мс*).

График изменения напряжения в точке A во времени представлен на рис.7.11.

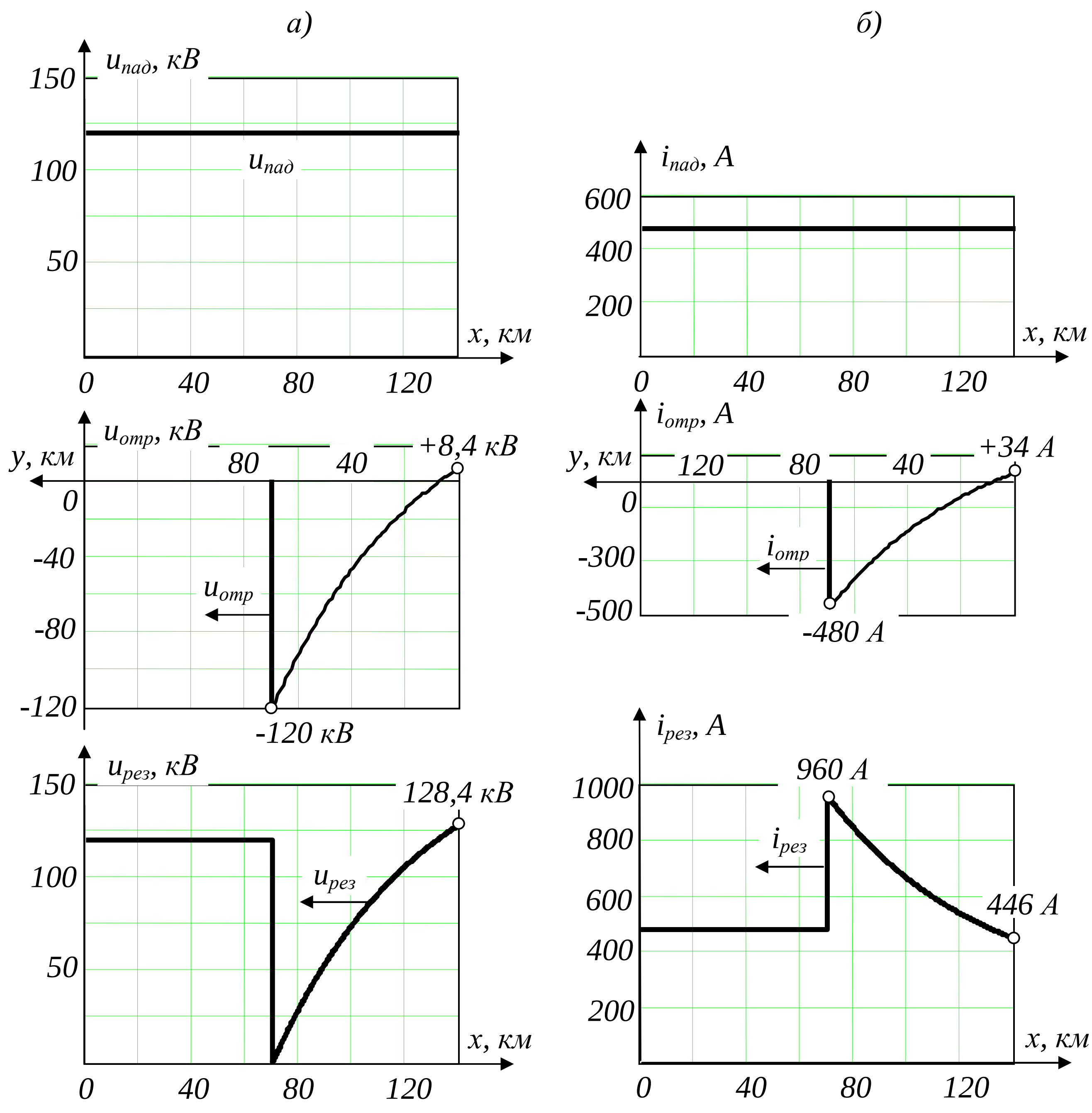


Рис. 7.10

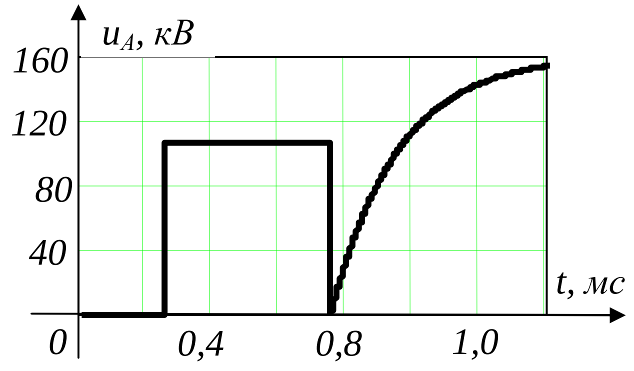


Рис. 7.11

<u>Пример 7.5.</u> По воздушной линии с параметрами Z_{C1}, ℓ_1, υ_1 распространяется падающая волна $u_{пад}$ с прямоугольным фронтом, переходя затем через корректирующие элементы в кабель с параметрами Z_{C2}, ℓ_2=0.5ℓ_1, υ_2, конец которого разомкнут (рис.7.12). Требуется построить графики изменения тока $i_{22}(t)$ и напряжения $u_{22}(t)$ в конце первой линии в функции времени, а также графики распределения вдоль обеих линий результирующего напряжения $u(t_ф,y)$ и тока $i(t_ф,y)$ для момента времени $t_ф$=0.5ℓ_2/υ_2, считая с момента прихода волны в узел соединения линий.

Дано: $u_{пад}$=220 *кВ*, Z_{C1}=220 *Ом*, ℓ_1=150 *км*, v_1=300·10^3 *км/с*, Z_{C2}=88 *Ом*,

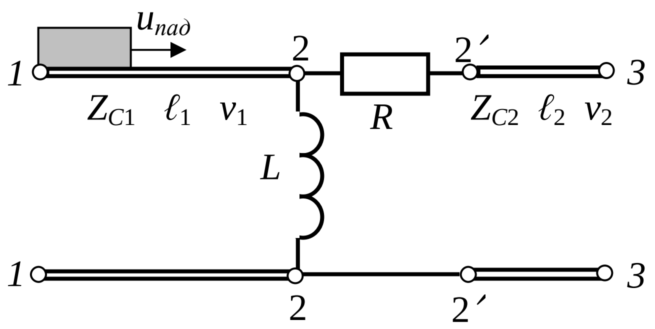


Рис. 7.12

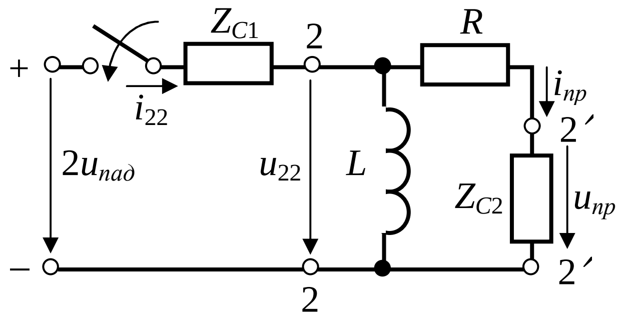


Рис. 7.13

ℓ_2=75 *км*, v_2=150·10^3 *км/с*, *R*=180 *Ом*, *L*=30 *мГн*.

Решение

1. Определяем ток падающей волны

$$i_{пад}= u_{пад}/Z_{C1}=220\cdot10^3/220 = 1000\ А.$$

2. Производим расчет отражённой и преломлённой волн. Через $t_{пр}=\ell_1/\upsilon_1$= 0.5 *мс* падающая волна достигнет сечения “2-2”, где встретит неоднородность. Волна частично пройдёт в индуктивность, частично отразится, а частично, в виде преломлённой волны, пройдёт во вторую линию. Для определения отражённой и преломлённой волн необходимо в схеме замещения, составленной для точки, находящейся в сечении “2-2” (рис.7.13) рассчитать либо ток $i_{22}(t)$, либо напряжение $u_{22}(t)$.

Классическим методом выполним расчёт тока $i_{22}(t)$

$$i_{22}(t)=i_{пр}+Ae^{pt};\quad i_{пр}=2u_{пад}/Z_{C1}=2\cdot220\cdot10^3/220=2000\ А;\quad i_L(0_-)=i_L(0_+)=0;$$

$$i_{22}(0_+) = \frac{2u_{пад}}{Z_{C1}+R+Z_{C2}} = \frac{2\cdot220\cdot10^3}{220+180+88} = 901.64\ А;$$

$$A=i_{22}(0_+)-i_{пр}(0_+)=901.64–2000=-1098.36\ А;$$

$$pL+\frac{Z_{C1}\cdot(R+Z_{C2})}{Z_{C1}+R+Z_{C2}}=0;\qquad p=-4027.3\ 1/с;\qquad \tau=0.248\ мс\approx0.25\ мс.$$

Следовательно, $i_{22}(t)$=2000-1083.33$e^{-4027.3t}$ *А*.

Напряжение $u_{22}(t)$ находим по второму закону Кирхгофа:

$$u_{22}(t)=2u_{пад}-Z_{C1}\cdot i_{22}(t)=2\cdot220–220\cdot(2000-1083.33e^{-4027.3t})\cdot10^{-3}=238.33e^{-4027.3t}\ кВ.$$

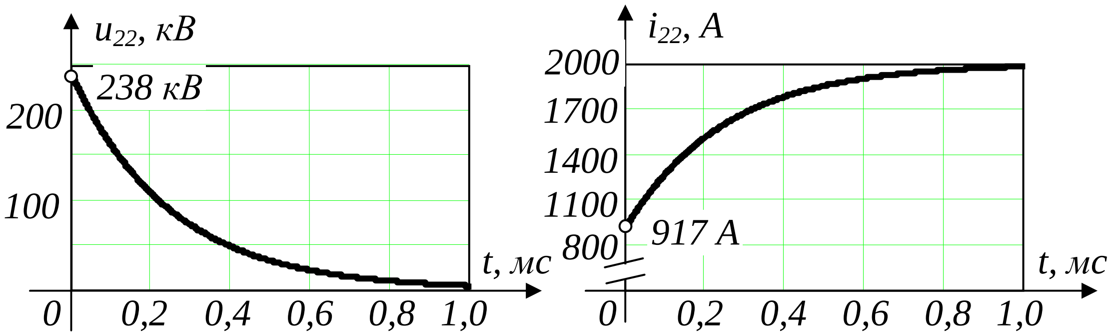


Рис. 7.14

По этим выражениям строим графики $u_{22}(t)$, $i_{22}(t)$, которые приведены на рис.7.14. Выражения и графики справедливы для отрезка времени t=0…2$t_{пр}$ (пока в этот узел не придет ещё какая-нибудь волна).

3. Уравнения отражённой и преломлённой волн как функций времени находим через напряжение $u_{22}(t)$.

Отражённая волна

$$u_{отр}(t)=u_{22}(t)-u_{пад}=-220+238.33e^{-4027.3t}\ кВ;$$
$$i_{отр}(t)=u_{отр}/Z_{C1}=-1000+1083.33e^{-4027.3t}\ А.$$

Преломлённая волна

$$u_{прел}(t)=\frac{Z_{C2}}{R+Z_{C2}}\cdot u_{22}(t)=\frac{88}{180+88}\cdot 238.33e^{-4027.3t}=78.26e^{-4027.3t}\ кВ;$$
$$i_{прел}(t)=u_{прел}(t)/Z_{c2}=889.3e^{-4027.32t}\ А.$$

4. Для построения графиков распределения тока и напряжения вдоль обеих линий в момент времени $t_ф$=0.25 *мс*, уравнения отражённой и преломлённой волн перепишем в функции аргументов $(t_ф-\frac{y_1}{v_1})$ и $(t_ф-\frac{x_2}{v_2})$

$$u_{отр}(t_ф-\frac{y_1}{v_1})=-220+238.33e^{-4.027\cdot(0.25-y_1/300)}\ кВ;$$

$$u_{отр}(t_ф-\frac{y_1}{v_1})=-1000+1083.33e^{-4,027\cdot(0.25-y_1/\,300)}\ А;$$

Эти выражения справедливы для значений y_1 (отсчёт от конца первой линии)

$$y_1 \le \upsilon_1\cdot t_ф=300\cdot 10^3\cdot 0.25\cdot 10^{-3}=75\ км.$$

$$u_{прел}(t_ф-\frac{x_2}{v_2})=78.26e^{-4.027\cdot(0.25-x_2/150)}\ кВ;$$

$$i_{прел}(t_ф-\frac{x_2}{v_2})=889.3e^{-4.027\cdot(0.25-x_2/150)}\ А.$$

Последние выражения справедливы для значений x_2 (отсчёт от начала второй линии)

$$x_2 \leq \upsilon_2 \cdot t_ф = 150 \cdot 10^3 \cdot 0.25 \cdot 10^3 = 37.5 \text{ км}.$$

Для построения требуемых графиков по полученным выше формулам заполним табл. 7.7.

Таблица 7.7

y_1, *км*	$u_{отр}$, *кВ*	$i_{отр}$, *А*	x_2, *км*	$u_{прел}$, *кВ*	$i_{прел}$, *А*
75	+18.33	+83.3	37.5	78.26	889.3
60	-25.13	-114.2	30.0	64.0	727.13
45	-60.67	-275.8	22.5	52.32	594.5
30	-89.73	-407.9	15.0	42.78	486.1
15	-113.5	-515.8	0	28.6	325.0
0	-132.9	-604.1	---	---	---

По данным табл. 7.7 строим графики распределения напряжения и тока в линиях в следующей последовательности (рис.7.15): сначала графики падающих волн $u_{пад}$, $i_{пад}$, потом графики отражённых $u_{отр}$, $i_{отр}$ и преломлённых $u_{прел}$, $i_{прел}$ волн. Графики результирующего тока и напряжения в первой линии получаем сложением падающей и отражённой волн в соответствии с выражениями:

$$u = u_{пад} + u_{отр}; \qquad i = i_{пад} - i_{отр}.$$

Во второй линии на рассматриваемый момент времени действует только преломлённая волна:

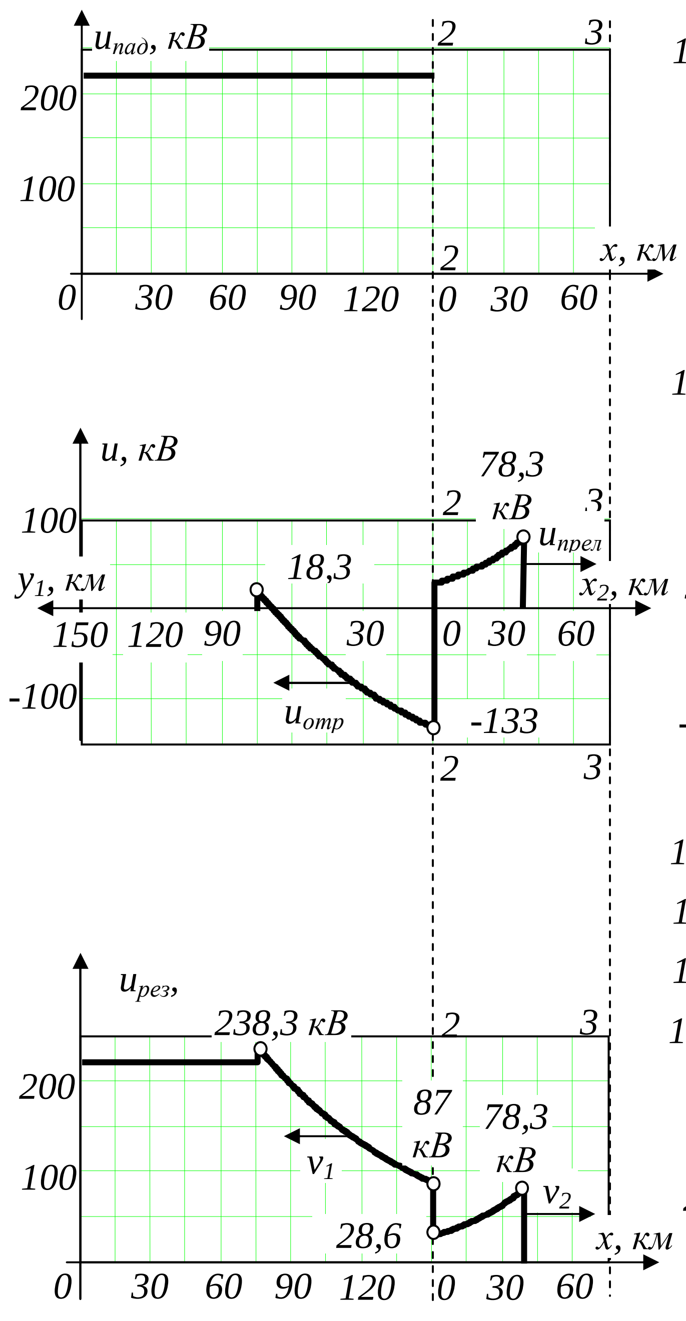


Рис. 7.15,а

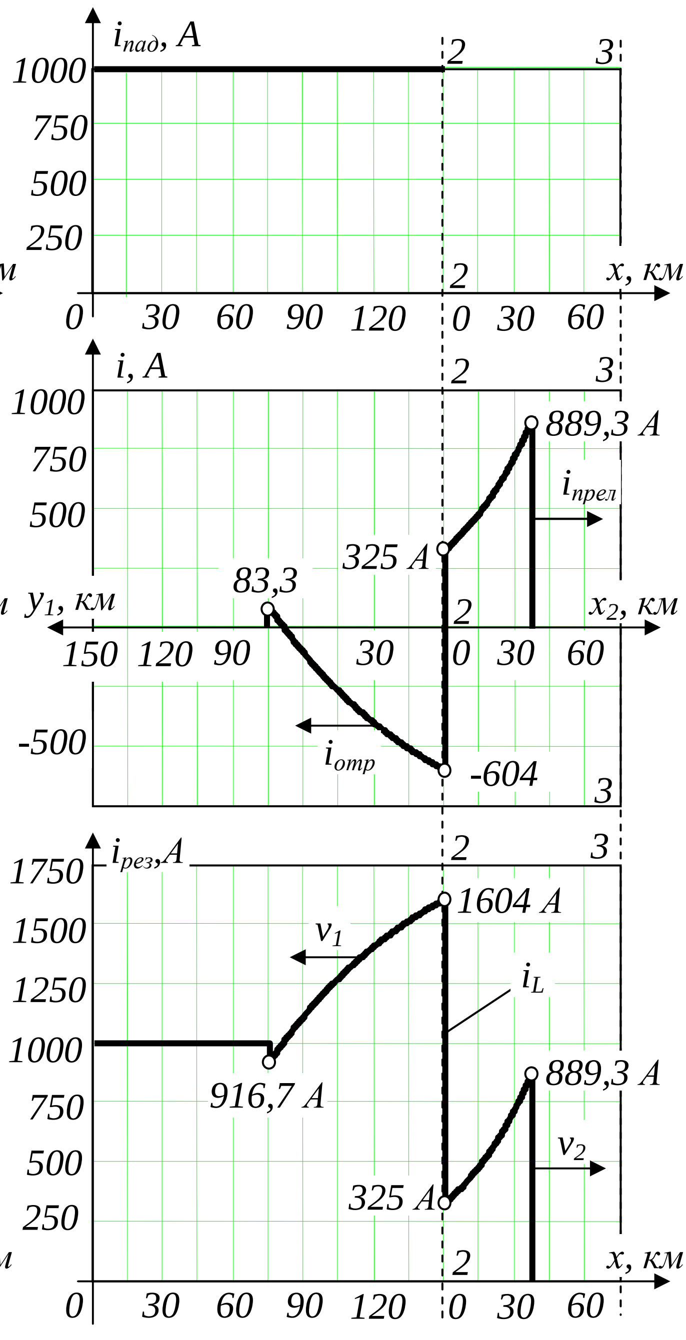


Рис. 7.15,б

$$u = u_{прел}, \quad i = i_{прел}.$$

Пример 7.6. Переходный процесс в нагруженной линии без потерь (рис.7.16,а) вызывается отключением части нагрузки.

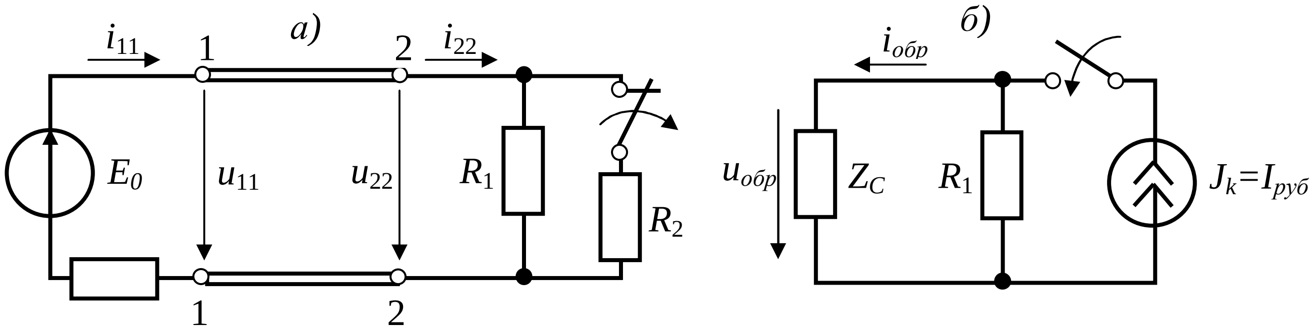


Рис. 7.16

Требуется рассчитать и построить графики изменения тока $i_{11}(t)$ и напряжения $u_{11}(t)$ на входе линии, тока $i_{22}(t)$ и напряжения $u_{22}(t)$ на нагрузке; определить практическую длительность переходного процесса (время и количество пробегов волн вдоль линии).

Дано: E_0=220 *кВ*, r_0=80 *Ом*, Z_C=180 *Ом*, ℓ=210 *км*, $\upsilon_ф=280\cdot10^3$ *км/с*, R_1=1500 *Ом*, R_2=500 *Ом*.

Решение

1. Рассчитаем установившийся режим в цепи до переходного процесса.

$$i_{11уст}(t_-)=i_{22уст}(t_-)=\frac{E_0}{r_0+R_1\cdot R_2/(R_1+R_2)}=\frac{220\cdot10^3}{80+1500\cdot500/2000}=483.52\ A,$$

$$u_{11уст}(t_-)==R_{нг}\cdot i_{11уст}(t_-)=375\cdot483.516=181.32\ кВ,$$

$$I_{руб}=u_{22уст}(t_-)/R_2=181.32\cdot10^3/500=362.64\ A.$$

При размыкании рубильника возникает обратная волна. Её параметры рассчитываем по схеме замещения для сечении “2-2” линии (рис.7.16,б).

$$i_{обр}(t)=I_{руб}\cdot\frac{R_1}{Z_c+R_1}=362.64\cdot1500/(180+1500)=323.785\ A,$$

$$u_{обр}(t)=Zc\cdot i_{обр}(t)=58.28\ кВ.$$

Поскольку нагрузка чисто резистивная, отражённые волны будем рассчитывать через коэффициенты отражения волны: n_1 - от сопротивления источника, n_2 - от нагрузки.

$$n_1=\frac{r_0-Z_c}{r_0+Z_c}=\frac{80-180}{80+180}=-\ 0.3846; \quad n_2=\frac{R_1-Z_c}{R_1+Z_c}=\frac{1500-180}{1500+180}=0.7857.$$

По окончании переходного процесса в цепи установятся ток и напряжение

$$i_{11}(\infty)=i_{22}(\infty)=\frac{E_0}{r_0+R_1}=139.24\ A,\qquad u_{11}(\infty)=u_{22}(\infty)=208.86\ кВ.$$

После каждого пробега волны $t_{пр}=\ell/v=210/280\cdot10^3=0.75 мс$ результирующие значения напряжения и тока считаем как наложение всех прошедших к этому моменту времени волн в соответствии с соотношениями:

$$u=\sum u_{пад}+\sum u_{отр};$$
$$i=\sum i_{пад}-\sum i_{отр}.$$

Пример расчётов.

Первый пробег волны: $t=0\div\ell/v$.

К моменту начала переходного процесса в линии установились напряжения и токи

$$u_{11}=u_{22}=181.32\ кВ,\quad i_{11}=i_{22}=483.52\ A.$$

Первая обратная волна $u_{1обр}=58.28\ кВ$, $i_{1обр}=323.785\ A$ возникает в сечении “2-2” и в течение указанного времени распространяется от конца к началу линии. Таким образом, в течение этого пробега волны будем иметь:

на входе линии $u_{11}=181.32\ кВ$, $i_{11}=483.52\ A$;

в конце линии $u_{22}=u_{22уст}(t_-)+u_{1обр}=181.32+58.28=239.6\ кВ$;

$$i_{22}=i_{22уст}(t_-)-i_{1обр}=483.52–323.78=159.74\ A.$$

Второй пробег волны: $t=\ell/v\div2\ell/v$.

Первая обратная волна, достигнув сечения “1-1”, отражается и образуется первая падающая волна

$$u_{1пад}=n_1\cdot u_{1обр}=-0.3846\cdot58.28=-22.414\ кВ;$$
$$i_{1пад}=n_1\cdot i_{1обр}=u_{1пад}/Z_C=-124.52\ A.$$

Результирующие значения тока и напряжения в сечении “1-1”:

$$u_{11}=u_{11\ уст}(t_-)+u_{1обр}+u_{1пад}=181.32+58.28+(-22.414)=217.186\ кВ;$$
$$i_{11}=i_{11\ уст}(t_-)-i_{1обр}+i_{1пад}=483.52–323.78+(-124.52)=35.22\ A.$$

В сечении “2-2” напряжение и ток в течение этого пробега сохраняют прежние значения.

Дальнейшие расчёты выполняются аналогично. Сведём их в табл. 7.8.

Таблица 7.8

№ п\п	Промежуток времени	u_{11}, кВ	i_{11}, А	Возникающая волна в линии	u_{22}, кВ	i_{22}, А
1.	$0\div\ell/v$	181.32	483.52	$\leftarrow u_{1обр}=58.28\ кВ$ $\leftarrow i_{1обр}=323.78\ A$	239.6	159.74
2.	$(1\div2)\ell/v$	217.19	35.21	$u_{1пад}=-22.414\ кВ\rightarrow$ $i_{1пад}=-124.53\ A\rightarrow$	239.6	159.74
3.	$(2\div3)\ell/v$	217.19	35.21	$\leftarrow u_{1отр}=n_2\cdot u_{1пад}=-17.61\ кВ$ $\leftarrow i_{1отр}=n_2\cdot i_{1пад}=-97.84\ A$	199.58	133.05

4.	$(3\div4)\ell/\upsilon$	206.35	170.68	$u_{2пад}=n_1\cdot u_{1отр}=6.773\ кВ \rightarrow$ $i_{2пад}=n_1\cdot i_{1отр}=37.629\ А \rightarrow$	199.58	133.05
5.	$(4\div5)\ell/\upsilon$	206.35	170.68	$\leftarrow u_{2отр}=n_2\cdot u_{2пад}=5.32\ кВ$ $\leftarrow i_{2отр}=n_2\cdot i_{2пад}=29.56\ А$	211.67	141.12
6.	$(5\div6)\ell/\upsilon$	209.62	129.75	$u_{3пад}=n_1\cdot u_{2отр}=-2.047\ кВ \rightarrow$ $i_{3пад}=n_1\cdot i_{2отр}=-11.37\ А \rightarrow$	211.67	141.12
7.	$(6\div7)\ell/\upsilon$	209.62	129.75	$\leftarrow u_{3отр}=n_2\cdot u_{3пад}=-1.61\ кВ$ $\leftarrow i_{3отр}=n_2\cdot i_{3пад}=-8.93\ А$	208.01	138.68
8.	$(7\div8)\ell/\upsilon$	208.63	142.12	$u_{4пад}=n_1\cdot u_{3отр}=0.62\ кВ \rightarrow$ $i_{4пад}=n_1\cdot i_{3отр}=3.44\ А \rightarrow$	208.01	138.68

Графики изменения токов i_{11}, i_{22} и напряжений u_{11}, u_{22} на входе и в конце линии представлены на рис.7.17 и 7.18.

Процесс заканчивается, когда ток и напряжение достигают 95-98% установившихся значений: $i_{11уст}=i_{22уст}=139.24\ А$, $u_{11уст}=u_{22уст}=208.86\ кВ$. Как видим из табл. 7.8 и графиков рис.7.14, это происходит после 7÷ 8 пробегов волны, т.е.

$$t_{пп}=0.75\cdot(7\div 8)=5.25\div6\ \ мс.$$

В нашем примере $R_{нг}>Z_C$ и процесс имеет колебательный характер. При $R_{нг}<Z_C$ имеет место апериодический характер процесса.

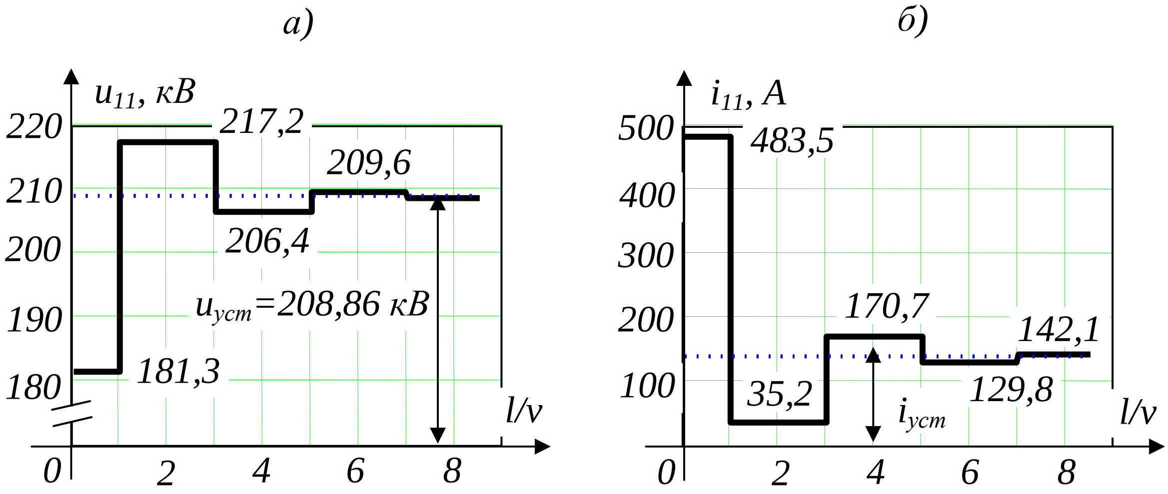


Рис. 7.17

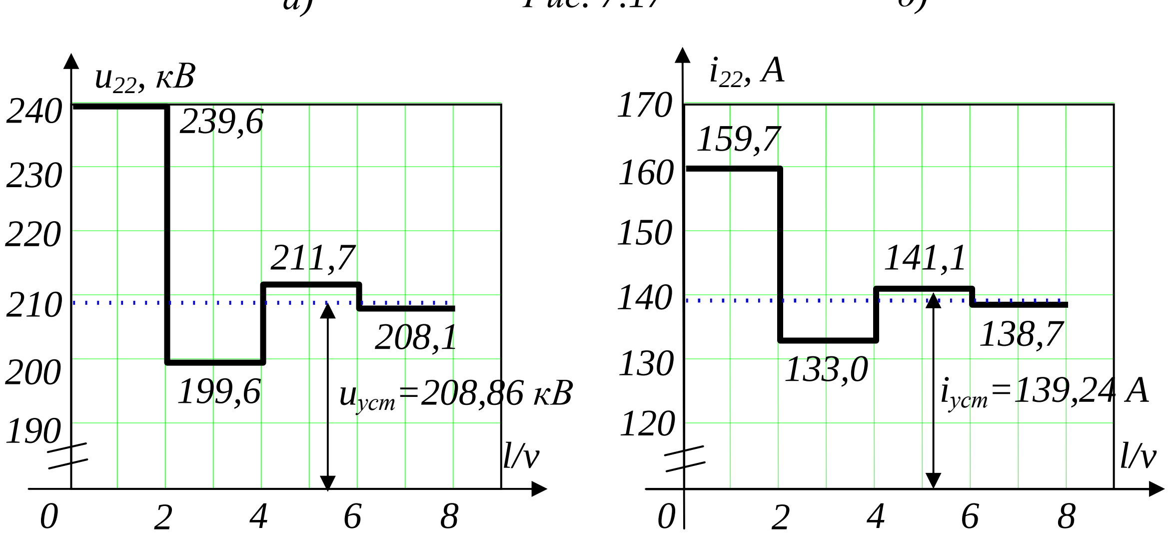


Рис. 7.18

8. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

8.1. Вопросы, подлежащие изучению

Общая характеристика нелинейных элементов (НЭ) при постоянном токе. Примеры вольтамперных характеристик (ВАХ) как неуправляемых, так и управляемых НЭ. Статическое и динамическое (дифференциальное) сопротивления НЭ, замена НЭ эквивалентной схемой, состоящей из ЭДС и линейного сопротивления. Графический метод расчета нелинейных цепей при последовательном, параллельном и смешанном соединении НЭ. Расчет цепей с НЭ методом двух узлов. Замена параллельно включенных ветвей эквивалентной. Применение метода эквивалентного генератора к расчету цепей с НЭ.

Основные характеристики магнитного поля и связь между ними. Закон полного тока. Характеристики ферромагнитных материалов. Магнитная цепь и её элементы. Законы Ома и Кирхгофа для магнитных цепей. Аналогия между магнитными и нелинейными электрическими цепями. Расчет неразветвленных магнитных цепей (прямая и обратная задачи). Расчет разветвленных магнитных цепей (прямая и обратная задачи). Понятие о расчете цепей с постоянными магнитами.

8.2. Задачи контрольных работ

Задача 8.1. В схеме с нелинейными элементами (рис.8.1) действуют источники постоянного напряжения. Параметры линейных элементов схемы приведены в табл. 8.1, вольтамперные характеристики нелинейных элементов заданы табл. 8.2 и 8.3.

Рассчитать токи всех ветвей схемы и проверить баланс мощностей электрической цепи.

Таблица 8.1

Первая цифра варианта	E_1, B	E_2, B	$J_к, A$	$r_1, Ом$	$r_2, Ом$	$r_3, Ом$	$r_4, Ом$
0	100	60	0.8	20	20	40	80
1	120	50	1.0	20	20	80	70
2	130	40	1.2	80	70	10	70
3	140	70	1.0	60	100	40	60
4	120	80	0.8	20	30	50	50
5	100	50	1.0	90	10	80	30
6	140	60	1.2	10	40	90	40
7	150	80	0.8	30	20	90	70
8	100	40	1.0	20	300	100	40
9	100	50	1.2	50	40	60	90

Задача 8.2. Требуется рассчитать магнитные потоки $Ф_i$, индукции B_i и напряженности H_i магнитного поля каждого участка разветвленной магнитной цепи постоянного тока, приведенной на рис.8.2. В табл. 8.4 приведены численные значения, характеризующие магнитную цепь и намагничивающие силы: l_i- длина средней линии участка магнитопровода, S_i- сечение магнитопровода, I_iW_i -ампервитки катушек.

Длины воздушных зазоров указаны на соответствующих рисунках. Кривая намагничивания материала приведена в табл. 8.5.

Примечание. В схемах 2, 4, 5 также необходимо рассчитать намагничивающую силу I_3W_3.

Таблица 8.2

$\pm U_{нэ1}, B$	0	20	40	60	80	100	110	120
$\pm I_{нэ1}, A$	0	0.1	0.25	0.5	1	1.75	2.5	3.4

Таблица 8.3

$\pm U_{нэ2}, B$	0	10	30	50	90	140
$\pm I_{нэ2}, A$	0	0.1	0.25	0.5	1	1.75

Таблица 8.4

Первая цифра варианта	l_1, $см$	S_1, $см^2$	I_1W_1, A	l_2, $см$	S_2, $см^2$	I_2W_2, A	l_3, $см$	S_3, $см^2$
0	20	4	450	12	6.0	350	30	3.5
1	80	5.7	200	25	4.0	300	80	9.5
2	20	4	40	10	8.0	60	30	5.6
3	45	15	300	22	10	200	40	15
4	40	3	60	12	5	100	40	8

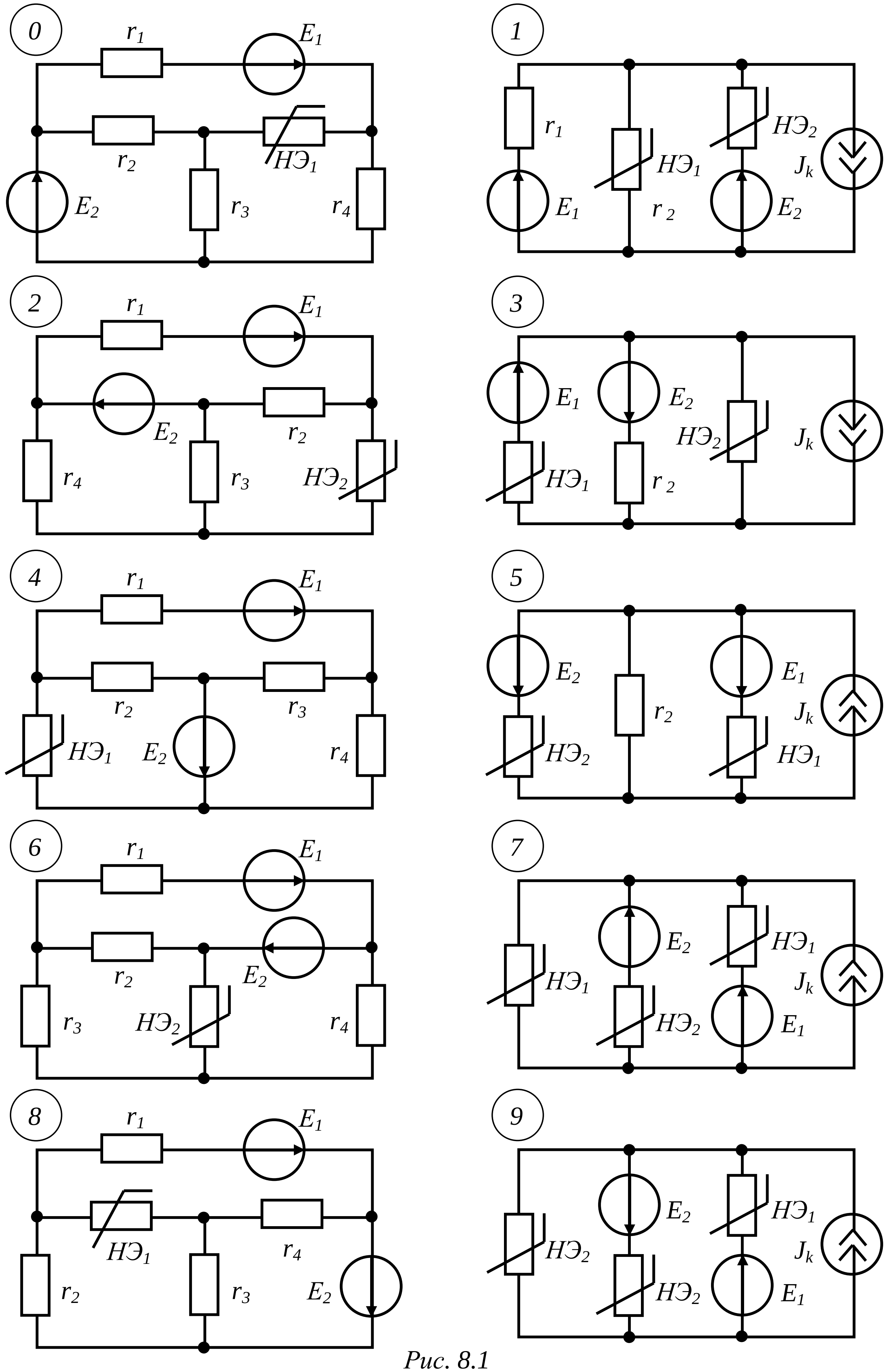

0
r1 E1
r2 НЭ1
E2 r3 r4
1
r1 НЭ1 НЭ2 Jk
E1 r 2 E2
2
r1 E1
E2 r2
r4 r3 НЭ2
3
E1 E2 НЭ2 Jk
НЭ1 r 2
4
r1 E1
r2 r3
НЭ1 E2 r4
5
E2 E1 Jk
r2
НЭ2 НЭ1
6
r1 E1
r2 E2
r3 НЭ2 r4
7
E2 НЭ1 Jk
НЭ1 НЭ2 E1
8
r1 E1
НЭ1 r4
r2 r3 E2
9
E2 НЭ1 Jk
НЭ2 НЭ2 E1

Рис. 8.1

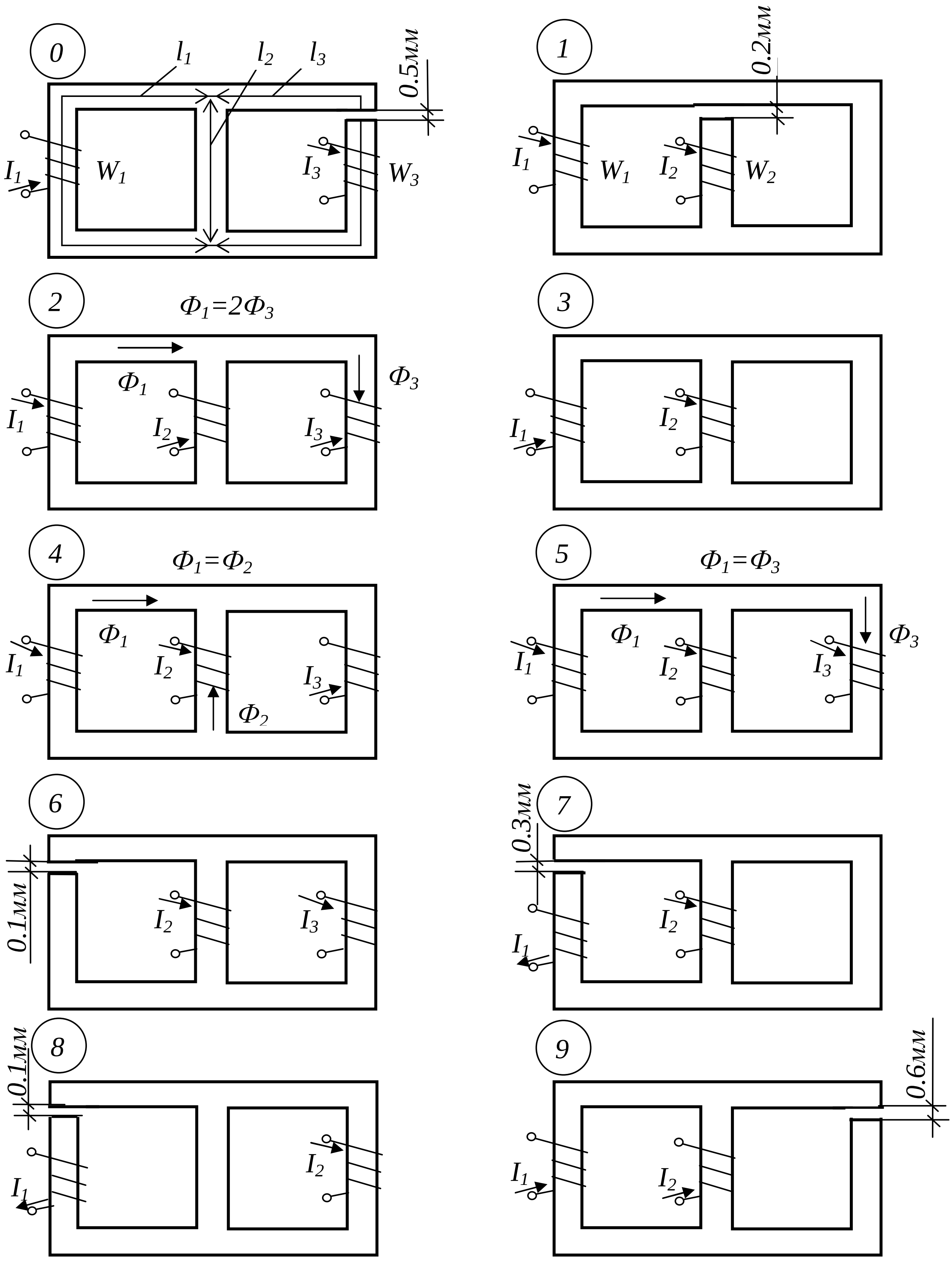

0
l1
l2
l3
0.5мм
I1
W1
I3
W3
1
0.2мм
I1
W1
I2
W2
2
Ф1=2Ф3
Ф1
Ф3
I1
I2
I3
3
I1
I2
4
Ф1=Ф2
Ф1
I1
I2
I3
Ф2
5
Ф1=Ф3
Ф1
Ф3
I1
I2
I3
6
0.1мм
I2
I3
7
0.3мм
I1
I2
8
0.1мм
I1
I2
9
0.6мм
I1
I2

Рис. 8.2

5	25	5	100	15	5	150	32	10
6	100	6	220	33	4	180	10	10
7	32	14	400	25	10	300	40	15
8	35	3	80	10	4	120	45	8
9	90	6	250	30	4	180	85	10

Таблица 8.5

Кривая намагничивания стали Э1512

B, *Тл*	0.1	0.2	0.3	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7
H, *А/м*	25	50	75	96	102	114	129	148	168	192
B, *Тл*	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1.0	1.05	1.1	1.15	1.2
H, *А/м*	220	254	289	325	367	414	470	538	625	730
B, *Тл*	1.25	1.3	1.35	1.4	1.45	1.5	1.55	1.6	1.65	1.7
H, *А/м*	870	1080	1410	1940	2700	3850	500	6700	9300	13000
B, *Тл*	1.75	1.8								
H, *А/м*	18000	23000								

8.3. Типовые примеры решения задач

Пример 8.1. В схеме рис.8.3 ток источника тока $J_k = 5A$, линейные сопротивления $r_1 = r_2 = r_3$=10 *Ом*, величина источника ЭДС $E = 50$ *В*, вольтамперная характеристика симметричного НЭ $U_4(I_4)$ задана табл. 8.6. Определить токи во всех ветвях, проверить баланс мощностей.

Таблица 8.6

U_4, *В*	0	20	40	60	80	100
I_4, *А*	0	2.8	4	4.9	5.4	5.7

Решение

Используя теорему об эквивалентном генераторе, определим ток I_4 через

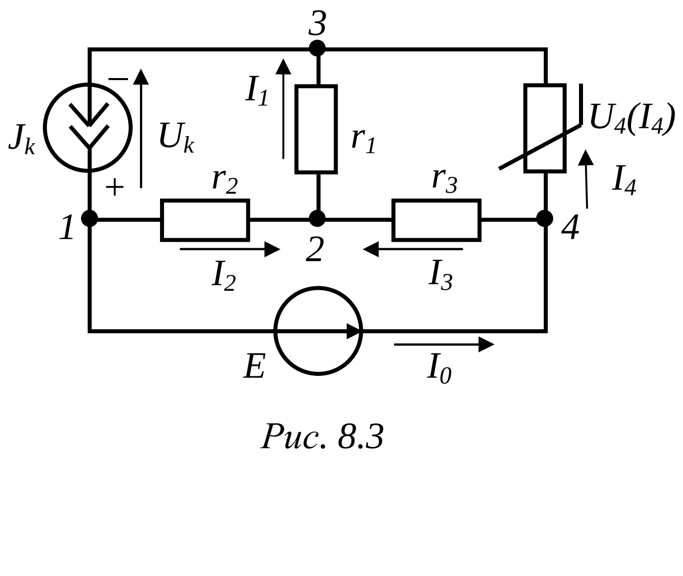


Рис. 8.3

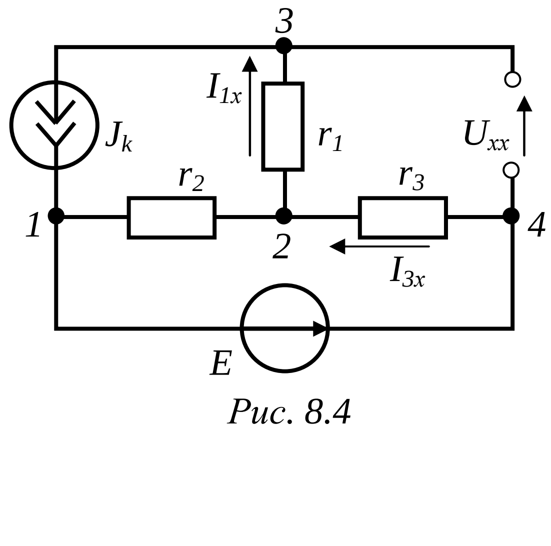


Рис. 8.4

нелинейное сопротивление. Для определения величины ЭДС эквивалентного генератора $E_э$, равную U_{xx}, воспользуемся схемой рис. 8.4.

$$U_{xx} = I_{3x} \cdot r_3 + I_{1x} \cdot r_1;$$
$$I_{1x} = J_k = 5A.$$

Величину I_{3x} определим методом наложения

$$I_{3x} = I'_{3x} + I''_{3x} = \frac{E}{r_2 + r_3} + \frac{J_к \cdot r_2}{r_2 + r_3} = \frac{50}{10+10} + \frac{5 \cdot 10}{10+10} = 5\ A;$$
$$U_{xx} = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 10 = 100\ B.$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора определяем, как входное сопротивление схемы, относительно точек разрыва, заменив источники ЭДС и тока их внутренними сопротивлениями

$$r_{вх} = r_1 + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_2 + r_3} = 10 + \frac{10 \cdot 10}{10+10} = 15\ Ом;$$

Эквивалентная полученная схема представлена на рис. 8.5, где

$$E_э = U_{xx} = 100\ B, \qquad r_{вх} = 15\ Ом.$$

Для определения тока I_4 строим характеристики $U_{43} = f_1(I_4)$ и $I_4 = f_2(E_э - I_4 \cdot r_{вн})$. Координаты точки *a* пересечения этих характеристик определяют режим данной

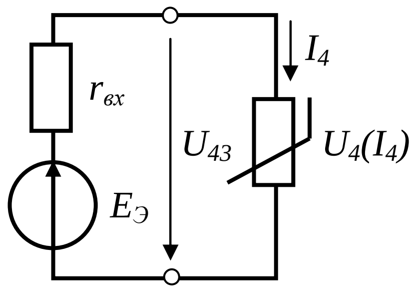


Рис. 8.5

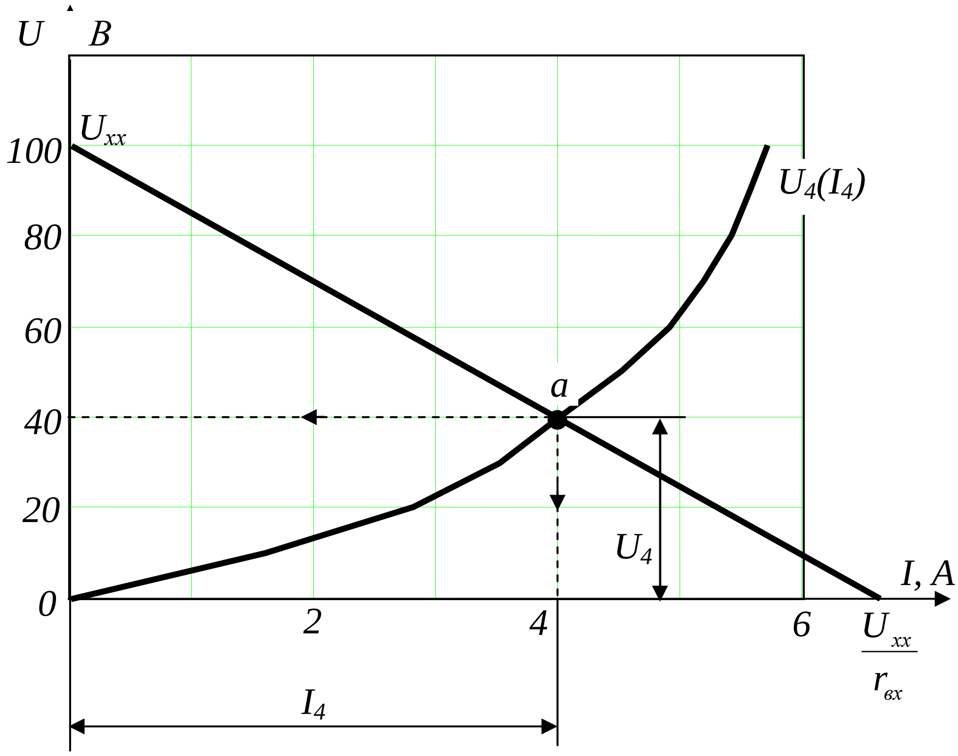


Рис. 8.6

эквивалентной схемы рис. 8.5. Координаты точки a определяем из рис. 8.6

$$I_4 = 4\ A, \qquad U_4 = 40\ B.$$

Возвращаясь к исходной схеме, определяем токи в ветвях:

$$I_1 = J_к - I_4 = 5 - 4 = 1\ A;$$

$$I_3 = \frac{U_4 - I_1 \cdot r_1}{r_3} = \frac{40 - 1 \cdot 10}{10} = 3\ A;$$

$$I_0 = I_4 + I_3 = 4 + 3 = 7\ A;$$

$$I_2 = J_к - I_0 = 5 - 7 = -2\ A.$$

Проверим правильность полученных значений токов, определив баланс мощностей

$$\sum P_{потр} = I_1^2 \cdot r_1 + I_2^2 \cdot r_2 + I_3^2 \cdot r_3 + U_4 \cdot I_4 = 1 \cdot 10 + (-2)^2 \cdot 10 + 3^2 \cdot 10 + 40 \cdot 4 = 300\ Вт.$$

$$\sum P_{ист} = E \cdot I_0 + U_к \cdot I_к = 50 \cdot 7 + (-10) \cdot 5 = 300\ Вт.$$

Баланс мощностей выполняется.

Пример 8.2. Определить магнитные потоки и индукции в участках магнитопровода рис. 8.7, средние длины участков l_1=50 *см*; l_2=80 *см*; l_3=10 *см*, сечения ферромагнитных материалов сердечников $S_1 = 5\ см^2$; $S_2 = 5\ см^2$; S_3=10 $см^2$, длина воздушного зазора $l_в$=0.1 *мм*. Намагничивающие силы обмоток I_1W_1=600 *А*; I_2W_2=800 *А*.

Кривая намагничивания стали сердечника Э1512 приведена в табл. 8.5.

Решение

По правилу правой руки определяем положительные направления заданных намагничивающих сил и выбираем положительные направления магнитных потоков Φ_1, Φ_2 и Φ_3 на соответствующих участках магнитопровода. Расчетная схема представлена на рис. 8.8. По первому закону

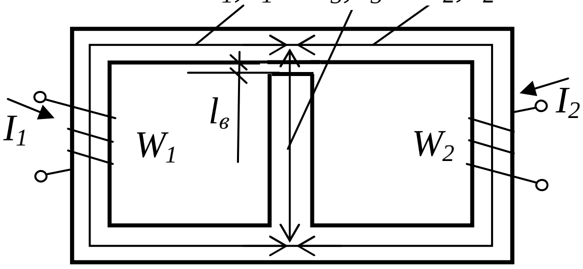


Рис. 8.7

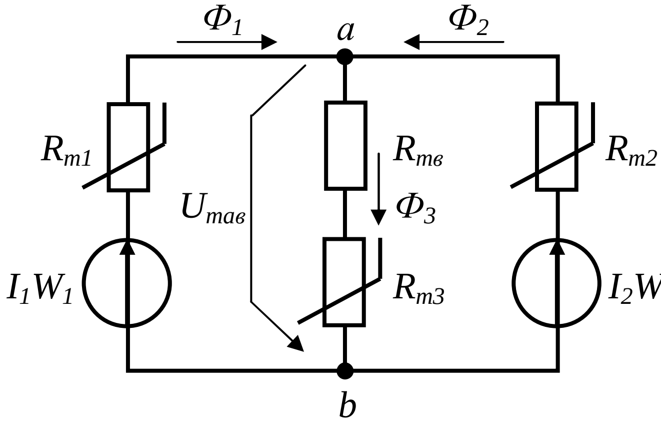


Рис. 8.8

Кирхгофа для узла *a* записываем:

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_3.$$

Для получения зависимостей $\Phi_1(U_{mab})$, $\Phi_2(U_{mab})$ и $\Phi_3(U_{mab})$ воспользуемся вторым законом Кирхгофа для трёх контуров, образованных соответствующей ветвью и узловым напряжением,

$$U_{mab}(\Phi_1) = I_1 W_1 - H_1 \cdot l_1;$$
$$U_{mab}(\Phi_2) = I_2 W_2 - H_2 \cdot l_2;$$
$$U_{mab}(\Phi_3) = H_3 \cdot l_3 + H_в \cdot l_в.$$

Расчеты, необходимые для построения зависимостей $\Phi_1(U_{mab})$, $\Phi_2(U_{mab})$ и $\Phi_3(U_{mab})$, приведены в табл. 8.7.

Таблица 8.7

B_1=B_2, *Тл*	H_1=H_2, *А/м*	Φ_1=Φ_2, *мВб*	$H_1 l_1$, *А*	$U_{mab}(\Phi_1)$, *А*	$H_2 l_2$, *А*	$U_{mab}(\Phi_2)$, *А*
0	0	0	0	600	0	0
0,2	50	0.1	25	575	40	760
0,4	96	0.2	48	552	76.8	723.2
0,6	148	0.3	74	526	118.4	681.6
0,8	254	0.4	127	473	203.2	596.8
1,0	414	0.5	207	393	331.2	468.8
1,2	730	0.6	365	235	584	216
1,4	1940	0.7	970	-370	1552	-752
Продолжение таблицы 8.7						
B_3, *Тл*	H_3, *А/м*	Φ_3, *мВб*	$H_в \cdot 10^{-5}$, *А/м*	$H_3 \cdot l_3$, *А*	$H_в \cdot l_в$, *А*	$U_{mab}(\Phi_3)$, *А*
0	0	0	0	0	0	0
0.4	96	0.4	3.2	9.6	32	41.6
0.6	148	0.6	4.8	14.8	48	62.8
0.8	254	0.8	6.4	25.4	64	89.4
1.0	414	1.0	8	41.4	80	121.4
1.2	730	1.2	9.6	73	96	169
1.4	1940	1.4	11.2	194	112	306
1.6	6700	1.6	12.8	670	128	798

На рис. 8.9 построены соответствующие графики. Затем необходимо построить зависимость $[\Phi_1 + \Phi_2](U_{mab})$ путем сложения ординат Φ_1 и Φ_2 при одних и тех же значениях U_{mab}.

Точкой *A* пересечения кривых $[\Phi_1 + \Phi_2](U_{mab})$ и $\Phi_3(U_{mab})$ определяется решение задачи в соответствии с первым законом Кирхгофа:

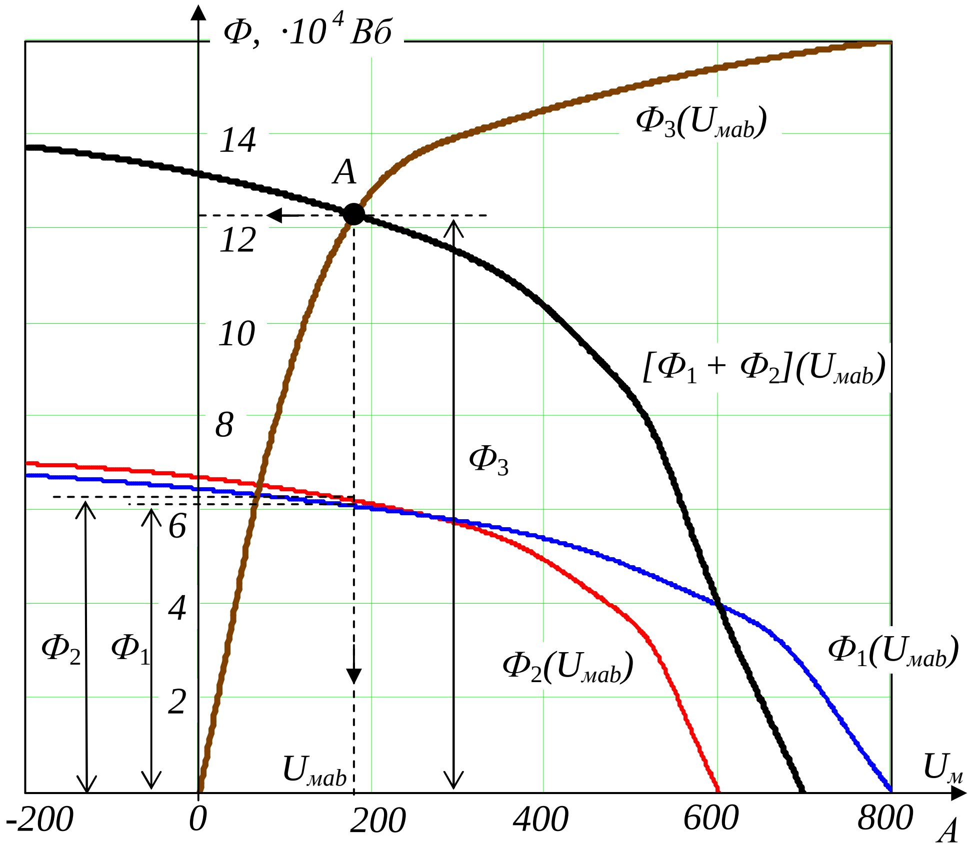


Рис. 8.9

Из рис.8.9 имеем:

$$\Phi_1 = 6 \cdot 10^{-4}\,Вб; \qquad \Phi_2 = 6.3 \cdot 10^{-4}\,Вб; \qquad \Phi_3 = 12.3 \cdot 10^{-4}\,Вб;$$

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = 1.2\,Тл; \qquad B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = 1.26\,Тл; \qquad B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = 1.23\,Тл.$$

9. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

9.1. Вопросы, подлежащие изучению

Характеристики нелинейных элементов для мгновенных значений. Формы кривых тока, магнитного потока и напряжения идеальной катушки с ферромагнитным сердечником. Гармонический анализ кривых. Расчет действующего значения тока идеальной катушки. Векторная диаграмма, вольтамперная характеристика идеальной катушки.

Анализ работы ферромагнитного утроителя частоты.

Формы кривых тока, магнитного потока и напряжения катушки с ферромагнитным сердечником с учетом потерь на гистерезис. Расчет потерь на гистерезис. Расчет потерь на вихревые токи. Расчет суммарных потерь в стали. Векторная диаграмма катушки с учетом потерь в стали.

Аналитическая аппроксимация характеристик нелинейных элементов для мгновенных значений, кусочно-линейная аппроксимация, их применение к расчету мгновенных значений токов, напряжений, потоков и т.д. в нелинейных цепях.

Понятие о гармоническом балансе.

Анализ феррорезонансных явлений по характеристикам для мгновенных значений.

Реальная катушка с ферромагнитным сердечником, ее уравнение электрического равновесия, расчет действующего значения тока. Векторная диаграмма реальной катушки, ее схема замещения.

Трансформатор с сердечником, его векторная диаграмма.

Вольтамперная характеристика реальной катушки для действующих значений, ее аналитическая аппроксимация.

Анализ феррорезонансных явлений по характеристикам для действующих значений. Триггерный эффект в нелинейной цепи.

Простейшие феррорезонансные стабилизаторы напряжения.

Понятие об управляемой нелинейной индуктивности.

Нелинейные резистивные элементы с несимметричной характеристикой для мгновенных значений (диоды, стабилитроны и др.), расчет цепей с вентилями, выпрямление переменного тока, формирование импульсов.

Простейшие выпрямители, их анализ. Сглаживание выпрямленного напряжения с помощью емкости, сглаживание выпрямленного тока с помощью индуктивного элемента.

9.2. Задачи контрольных работ

Задача 9.1. По данным табл. 9.1 для схемы электрической цепи рис.9.1 с активными сопротивлениями, а также источниками синусоидального напряжения $u(t)=U_m \sin(\omega t)$ и постоянного напряжения E_o, рассчитать мгновенное и действующее значение тока источника синусоидального напряжения, а также среднее значение тока диода и его максимальное обратное напряжение, считая диод идеальным. Построить кривую тока источника синусоидального напряжения.

Таблица 9.1

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_m, *В*	240	200	300	150	180	220	260	360	330	280
E_o, *В*	100	80	110	90	95	125	130	125	150	120
r, *Ом*	60	65	110	50	55	75	70	100	90	80

Задача 9.2. Обмотка катушки с сердечником из электротехнической стали (кривая намагничивания приведена в табл. 8.5) состоит из *W* витков, сечение сердечника *S*, длина средней линии магнитопровода *l*, длина воздушного зазора $l_в$=0.3 *мм*.

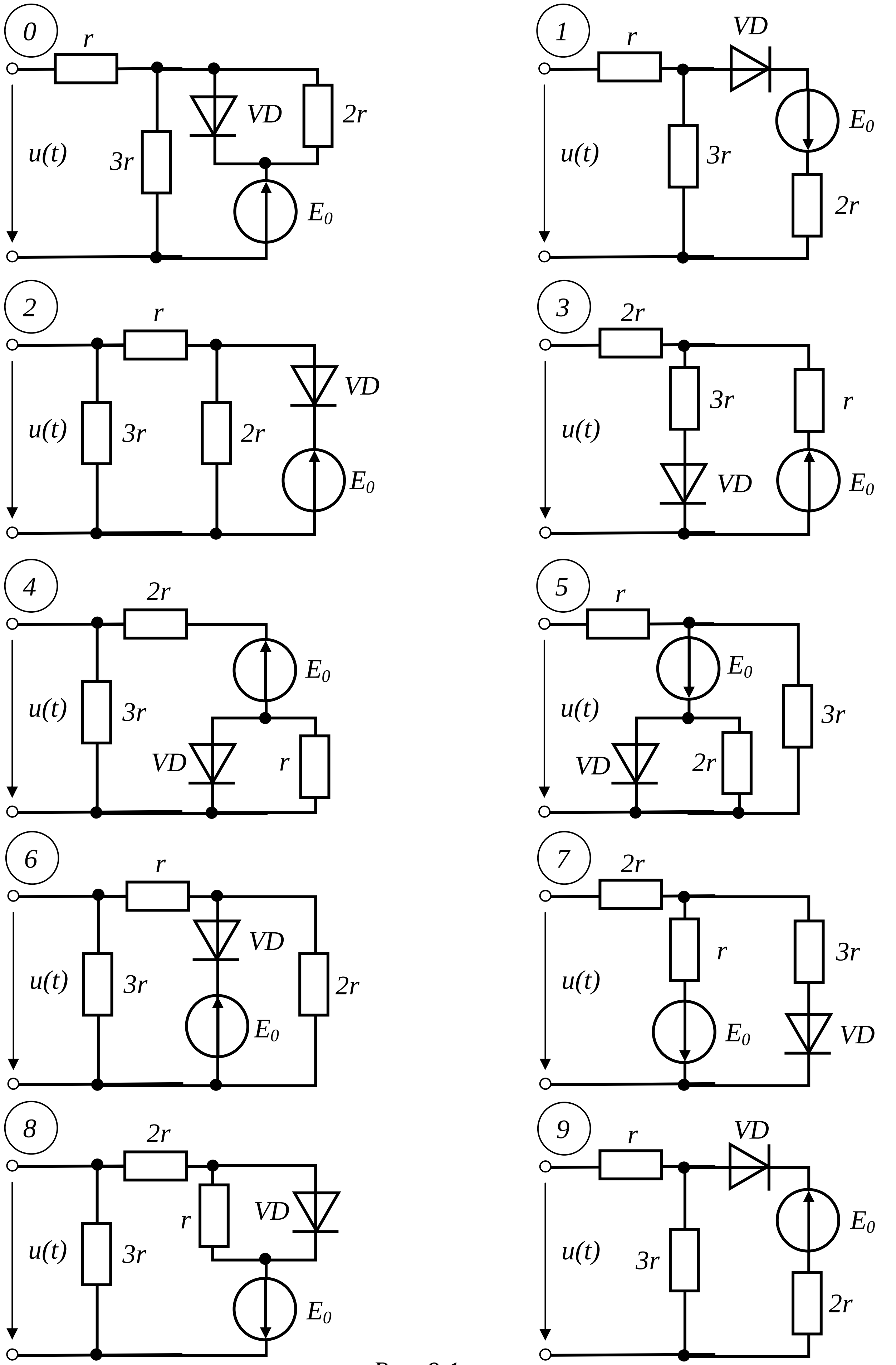

0
r
VD
2r
u(t)
3r
E0
1
r
VD
E0
u(t)
3r
2r
2
r
VD
u(t)
3r
2r
E0
3
2r
3r
r
u(t)
VD
E0
4
2r
E0
u(t)
3r
VD
r
5
r
E0
u(t)
3r
VD
2r
6
r
VD
u(t)
3r
2r
E0
7
2r
r
3r
u(t)
E0
VD
8
2r
r
VD
u(t)
3r
E0
9
r
VD
E0
u(t)
3r
2r

Рис. 9.1

Активное сопротивление обмотки $r_м$, реактивное сопротивление рассеяния x_s. Указанные параметры в зависимости от варианта приведены в табл. 9.2. К катушке приложено синусоидальное напряжение частотой f=50 *Гц*, действующее значение которого U.

Рассчитать ток катушки, активную и реактивную мощности. Построить векторную диаграмму катушки. Привести последовательную и смешанную схемы замещения катушки, рассчитать параметры этих схем замещения.

У к а з а н и е. При решении задачи можно воспользоваться кривыми удельных потерь мощности в стали сердечника $P_o\ (B_m)$ и удельной реактивной мощности намагничивания сердечника $Q_o\ (B_m)$, приведенными на рис.9.2,а, а также кривой поправочных коэффициентов $\xi\ (B_m)$ (рис.9.2,б), позволяющей рассчитать действующее значение несинусоидального тока I катушки через его максимальное значение $I_{макс}$: $I=\dfrac{I_{макс}}{\sqrt{2}\cdot\zeta}$.

Таблица 9.2

Первая цифра варианта	U, $В$	W	S, $см^2$	Вторая цифра варианта	l, $см$	L, $см$	$r_м$, $Ом$	x_s, $Ом$
0	127	180	23	0	78	0.5	4	10
1	220	280	23	1	85	0.2	6	12
2	380	600	20	2	128	1.0	3	9
3	660	900	25	3	90	0.5	5	12
4	127	270	15	4	80	0.5	7	15
5	220	350	24	5	80	0.2	4	8
6	380	500	25	6	84	0.5	6	13
7	660	1000	22	7	95	0.2	7	15
8	127	240	18	8	100	1.0	5	14
9	220	300	24	9	95	0.5	4	12

Задача 9.3. Однофазный выпрямитель с идеальными диодами (однополупериодный – четные варианты, мостовой - нечетные) питается синусоидальным напряжением промышленной частоты с действующим значением U и работает на активную нагрузку с сопротивлением $r_н$.

Требуется используя данные табл.9.3:

1. Рассчитать мгновенное $u_н(t)$ и среднее $U_о$ значения напряжения на нагрузке, а также среднее значение тока одного из диодов и максимальное обратное напряжение на нём.

2. Повторить расчеты по п.1 для случая, когда последовательно с нагрузкой включена индуктивность $L=r_н\cdot\tau_1$, где τ_1 - постоянная времени цепи L-$r_н$.

3. Повторить расчеты по п.1 для случая, когда параллельно сопротивлению нагрузки подключена ёмкость $C=\tau_2/r_н$, где τ_2 - постоянная времени цепи C-$r_н$.

4. В общей системе координат построить графики мгновенных значений напряжения источника $u(t)$, а также напряжения $u_н(t)$, рассчитанные по п. 1,2,3. Пунктиром показать соответствующие средние значения $U_о$ (построения выполнить для полутора периодов $u(t)$).

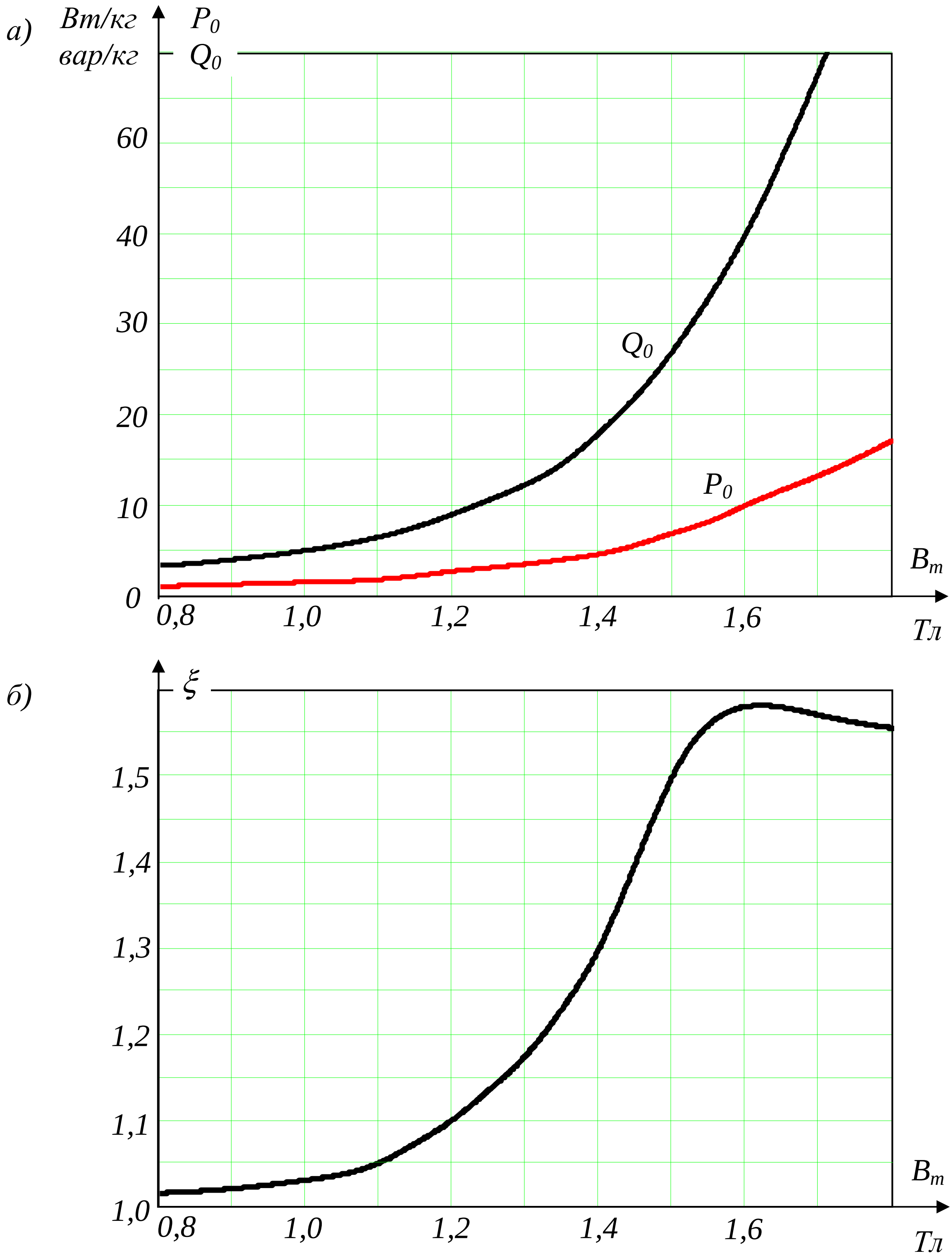


Рис. 9.2

5. Сделать вывод о влиянии реактивных элементов на величину U_o и характер напряжения на нагрузке.

Таблица 9.3

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U, *В*	110	127	220	380	300	300	380	220	127	110
$r_н$, *Ом*	200	250	300	350	400	450	500	450	200	150

Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
τ_1, *мс*	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
τ_2, *мс*	35	30	25	20	15	15	20	25	30	35

9.3. Типовые примеры решения задач

Пример 9.1. Электрическая цепь с идеальным стабилитроном (рис.9.3,а), вольтамперная характеристика которого аппроксимирована отрезками прямых (рис.9.3,б) подключена к источнику синусоидального напряжения $u(t)=U_m sin(\omega t)$.

Рассчитать и построить кривую тока в сопротивлении нагрузки, найти его среднее значение, если U_m= 500 *В*, r = 100 *Ом*, $r_н$ = 400 *Ом*, U_0 = 200 *В*.

Рассчитать мгновенное значение тока, потребляемого от сети, найти его действующее значение, построить кривую этого тока.

Решение

В приведенной схеме электрической цепи находятся пассивные резистивные элементы и единственный источник питания $u(t)$, поэтому токи и напряжения ветвей одновременно с напряжением источника переходят через нуль и одновременно с ним достигают максимальных значений.

Рассмотрим работу схемы в интервале времени ωt=0…180°, когда $u(t)>0$. В соответствии с вольтамперной характеристикой стабилитрона в этом интервале ток $i_2>0$, а напряжение на стабилитроне $u_2=u_н=0$, режим работы исходной схемы соответствует рис.9.3,в. Следовательно, ток $i_н=0$, а токи

$$i_1=i_2=\frac{U_m}{r}sin\omega t=\frac{500}{100}sin\omega t=5sin\omega t\ A.$$

В момент времени ωt_1=180° напряжение сети переходит через нуль и во втором полупериоде синусоиды $u(t)<0$, а токи и напряжения ветвей становятся отрицательными.

В интервале времени $\omega t=\omega t_1\ldots\omega t_2$ при напряжении стабилитрона $u_2=0\ldots-U_0$ ток стабилитрона i_2=0, а режим работы схемы соответствует рис.9.17г.

При этом

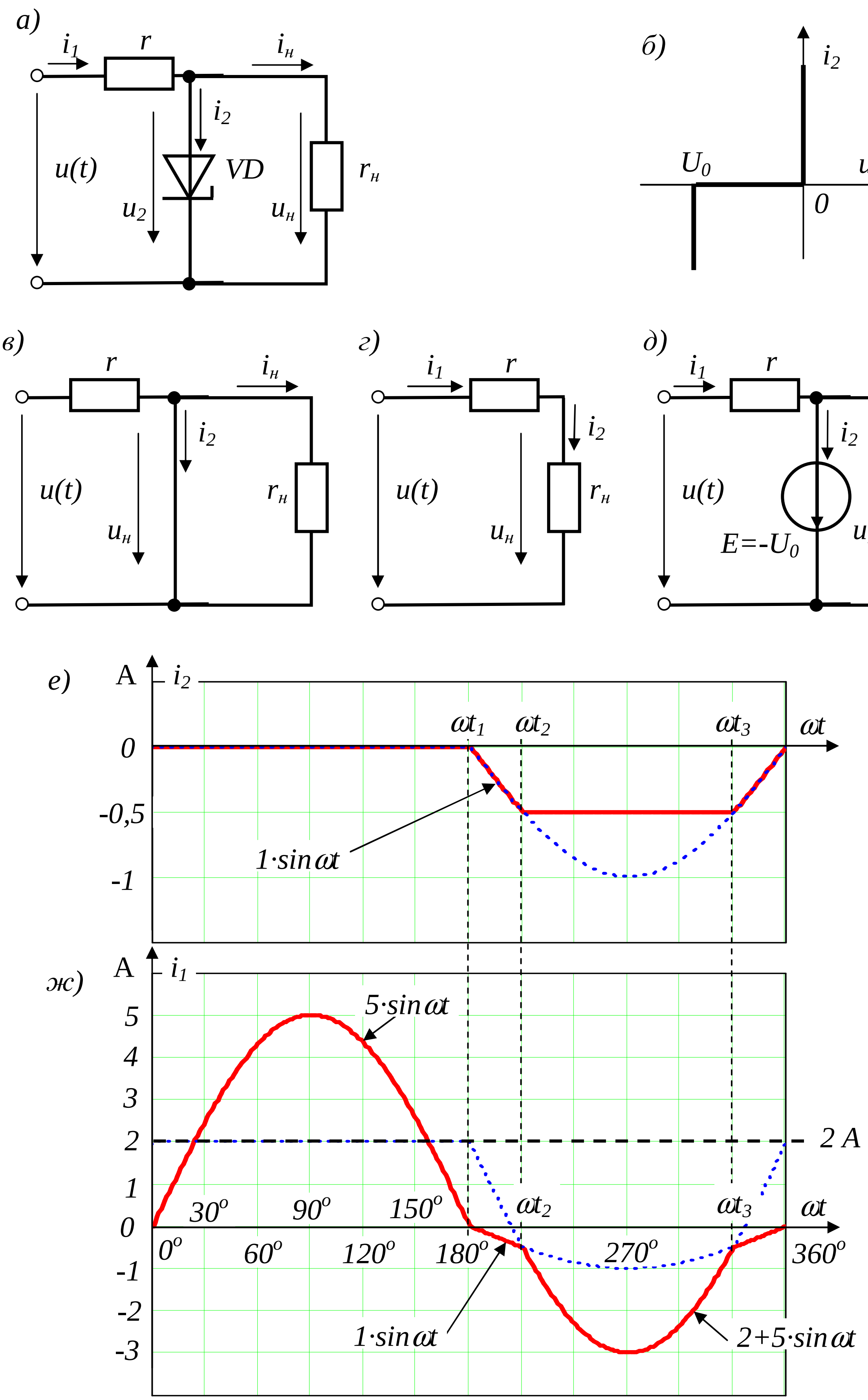
$$i_1=i_н=\frac{U_m}{r+r_н}sin\omega t=\frac{500}{100+400}sin\omega t=1\cdot sin\omega t\ A,$$

а напряжение на зажимах нагрузки и стабилитрона

$$u_2=u_н=i_н r_н=400 sin\omega t\ B.$$

В момент времени ωt_2 напряжение u_2= - U_0= - 200 *В* , откуда

$$-200 = 400\ sin\ \omega t_2\ , \qquad а$$



а)
i_1
r
$i_н$
i_2
$u(t)$
VD
$r_н$
u_2
$u_н$
б)
i_2
U_0
u_2
0
в)
г)
д)
i_3
$E=-U_0$
е)
A
0
-0,5
-1
ωt_1
ωt_2
ωt_3
ωt
$1\cdot\sin\omega t$
ж)
5
4
3
2
1
-2
-3
$5\cdot\sin\omega t$
2 A
30^o
90^o
150^o
0^o
60^o
120^o
180^o
270^o
360^o
$2+5\cdot\sin\omega t$

Рис. 9.3

$$\omega t_2 = arc\ sin\ \frac{-200}{400} = arc\ sin(\frac{-1}{2}),$$

откуда следует, что момент обратного пробоя стабилитрона ωt_2=180°+30°=210°, а момент выхода из состояния электрического пробоя ωt_3= 360° – 30°=330°.

В интервале времени $\omega t = \omega t_2 \ldots \omega t_3$ имеет место электрический пробой стабилитрона, а режим работы схемы соответствует рис.9.3,д. При этом

$$u_2 = u_н = -\ U_o = -\ 200В, \qquad i_н = \frac{-200}{400} = -\ 0{,}5\ A,$$

ток источника

$$i_1 = \frac{U_m\ sin\,\omega t - u_н}{r} = \frac{500\,sin\,\omega t + 200}{100} = 2 + 5\,sin\,\omega t\ \ A,$$

ток стабилитрона

$$i_2 = i_1 - i_н = 2.5 + 5\,sin\,\omega t\ A.$$

Кривая тока стабилитрона $i_2(\omega t)$ приведена на рис.9.3,е, а кривая тока источника тока $i_1(\omega t)$ приведена на рис. 9.3,ж.

Среднее значение тока нагрузки

$$I_{нср} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i_н(\omega t)d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left[2\int_{180^\circ}^{210^\circ} 1\cdot sin\,\omega t d\omega t - 0.5\left(330^\circ - 210^\circ\right)\frac{\pi}{180^\circ}\right] =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[\sqrt{3} - 2 - \frac{0.5\cdot 2\pi}{3}\right] = -0.21\ A.$$

Действующее значение тока, потребляемого из сети

$$I_1 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left[i_1(\omega t)\right]^2 d\omega t} \cong \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} i_k^2} = 2.823\ A.$$

Пример 9.2. Катушка с сердечником из электротехнической стали (рис.9.4,а), кривая намагничивания которой задана табл. 8.5, имеет w=150 витков, активное сопротивление обмотки $r_м$=2 *Ом*, индуктивное сопротивление рассеяния x_s=5 *Ом*. Размеры сердечника: S=44 *см*^{2}, $l_{ст}$=80 *см*, длина воздушного зазора $l_в$=0,2 *мм*.

Определить ток и коэффициент мощности катушки, рассчитать параметры последовательной и смешанной схем замещения, построить векторную диаграмму катушки, если напряжение сети U=220 *В*, f=50 *Гц*.

Решение

Задача расчета тока решается методом последовательных приближений. Для первого приближения примем ориентировочное значение напряжения U' (см. рис.9.4,б,в)

$$U' = 0.9 \cdot U = 200\ B,$$

которому соответствует амплитудное значение магнитной индукции в сердечнике

$$B_m = \frac{U'}{4.44 \cdot f \cdot w \cdot S} = \frac{200}{4.44 \cdot 50 \cdot 150 \cdot 44 \cdot 10^{-4}} = 1.365\ Тл.$$

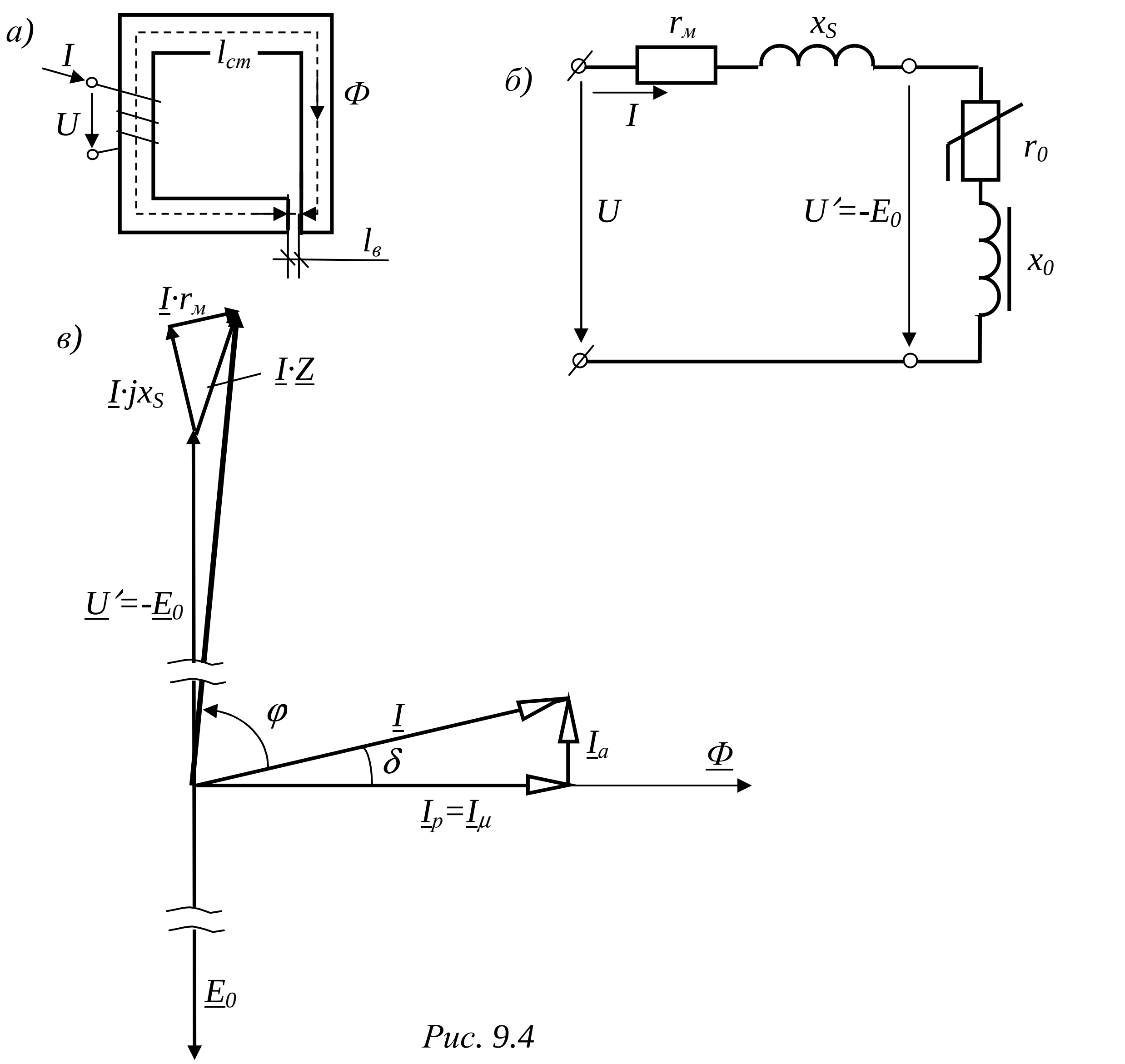


Рис. 9.4

Амплитудное значение реактивной составляющей тока катушки (рис.9.4,в) определяется законом полного тока

$$I_{pm} = \frac{H_m l_{ст} + H_{вm} l_в}{w} = \frac{1000 \cdot 0.8 + 1.092 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{150} = 6.79 A,$$

где: H_m=1000 *А/м* согласно табл. 8.5 – амплитуда напряженности магнитного поля в сердечнике, $H_{вт} = 0.8\cdot 10^6\cdot B_m = 0.8\cdot 10^6\cdot 1.365 = 1.092\cdot 10^6\, А/м$ - амплитуда напряженности магнитного поля в воздушном зазоре.

Действующее значение реактивной составляющей тока находим с учетом коэффициента несинусоидальности тока $\xi(B_m)$ (рис.9.2,б)

$$I_p = \frac{I_{pm}}{\sqrt{2\cdot\xi}} = \frac{6.79}{\sqrt{2}\cdot 1.25} = 3.84\, A.$$

Заметим, что в токе I_p можно выделить две составляющие:

$$I_p = I_p^{'} + I_p^{''} = \frac{H_{m\cdot}\cdot l_{ст}}{\sqrt{2}\cdot\xi\cdot W} + \frac{H_{вт\cdot}\cdot l_в}{\sqrt{2}\cdot\xi\cdot W} = 3.016 + 0.824 = 3.84\, A.$$

Второе слагаемое намагничивающего тока определяет часть намагничивающей силы, необходимой для преодоления магнитным потоком сопротивления воздушного зазора. Первое слагаемое $I_p^{'}$ можно определить по кривой удельной реактивной мощности $Q_o(B_m)$, представленной на рис.9.2,а : при B_m=1,365 *Тл*, Q_o=22 *вар/кг*,

$$Q = Q_{0\cdot}\cdot\gamma\cdot l_{ст\cdot}\cdot S_{ст} = 22\cdot 7.7\cdot 10^{-3}\cdot 80\cdot 44 = 596.3\ вар,$$

$$I_p^{'} = \frac{Q}{U^{'}} = \frac{596.3}{200} = 2.98\, A,$$

что практически совпадает с полученным ранее значением.

Для расчета активной составляющей тока I_a катушки определим мощность тепловых потерь в сердечнике, используя зависимость $P_o(B_m)$ (рис.9.2,а): при B_m=1.365 *Тл*, P_o=4,8 *Вт/кг*,

$$P_{ст} = P_o\cdot\gamma\cdot l_{ст}\cdot S = 4.8\cdot 7.7\cdot 10^{-3}\cdot 80\cdot 44 = 130.1\, Вт;$$

$$I_a = \frac{P_{ст}}{U^{'}} = \frac{130.1}{200} = 0.65\, A.$$

Полный ток катушки в первом приближении

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{0.65^2 + 3.84^2} = 3.84\, A.$$

Параметры последовательной схемы замещения на основании расчетов первого приближения

$$Z_0 = \frac{U^{'}}{I} = \frac{200}{3.9} = 51.3\ Ом,$$

$$r_0 = \frac{Pст}{I^2} = \frac{130.1}{3.9^2} = 8.6\ Ом; \qquad x_0 = \sqrt{z_0^{\,2} - r_0^2} = \sqrt{51.3^2 - 8.6^2} = 50.6\ Ом.$$

Входное сопротивление катушки в соответствии с рис.9.4,б:

$$z_{вх} = \sqrt{(r_м + r_о)^2 + (x_s + x_о)^2} = \sqrt{(2+8.6)^2 + (5+50.6)^2} = 56.6\,Ом.$$

Расчетное значение напряжения на катушке при принятом U'=200 $В$:

$$U^{(1)}_{расч} = z_{вх} \cdot I = 56.6 \cdot 3.9 = 220.7\,В.$$

Поскольку расчетная величина входного напряжения отличается от заданной менее, чем на 1%, расчета второго приближения не требуется. В противном случае необходимо принять новое значение U' и повторить расчет.

Коэффициент мощности катушки

$$cos\varphi = \frac{P_{ст} + r_м \cdot I^2}{U \cdot I} = \frac{130.1 + 2 \cdot 3.9^2}{220 \cdot 3.9} = 0.187.$$

Параметры смешанной схемы замещения катушки

$$g_0 = \frac{I_a}{U'} = \frac{0.65}{200} = 3.25 \cdot 10^{-3}\ См, \quad b_0 = \frac{I_p}{U'} = \frac{3.84}{200} = 19.2 \cdot 10^{-3}\ См.$$

Для реальной катушки с ферромагнитным сердечником строят также укрупненную последовательную схему замещения. При этом заменяют последовательное соединение двух резисторов схемы рис.9.4,б одним

$$r = r_м + r_о = 2 + 8.6 = 10.6\ Ом,$$

и двух индуктивных сопротивлений также одним

$$x = x_s + x_о = 5 + 50.6 = 55.6\ Ом.$$

Получим эквивалентную последовательную схему замещения катушки (рис.9.5,а), векторную диаграмму этой катушки (рис.9.5,б), на основании чего запишем

$$U_a = r \cdot I = 10.6 \cdot 3.9 = 41.3\,В;$$
$$U_L = x \cdot I = 55.6 \cdot 3.9 = 216.8\,В;$$
$$U = \sqrt{U_a^{\,2} + U_L^2} = \sqrt{41.3^2 + 216.8^2} = 220\,В,$$

активная мощность катушки

$$P = r_м \cdot I^2 + P_{ст} = r \cdot I^2 = 10.6 \cdot 3.9^2 = 161\,Вт.$$

Параллельная схема замещения катушки приведена на рис.9.6,а, ее векторная диаграмма – на рис.9.6,б, составляющие тока

$$I_a = \frac{P}{U} = \frac{161}{220} = 0.73\,А;$$
$$I_L = \sqrt{I^2 - I_a^2} = \sqrt{3.9^2 - 0.73^2} = 3.83\,А.$$

Для расчета вольтамперных характеристик катушки необходимо произвести расчеты состояния катушки по приведенной методике для диапазона входных напряжений от 0 до 250 *В*. Для каждого значения напряжения будем иметь соответствующие значения I_a, I_L, I, U_a, U_L..

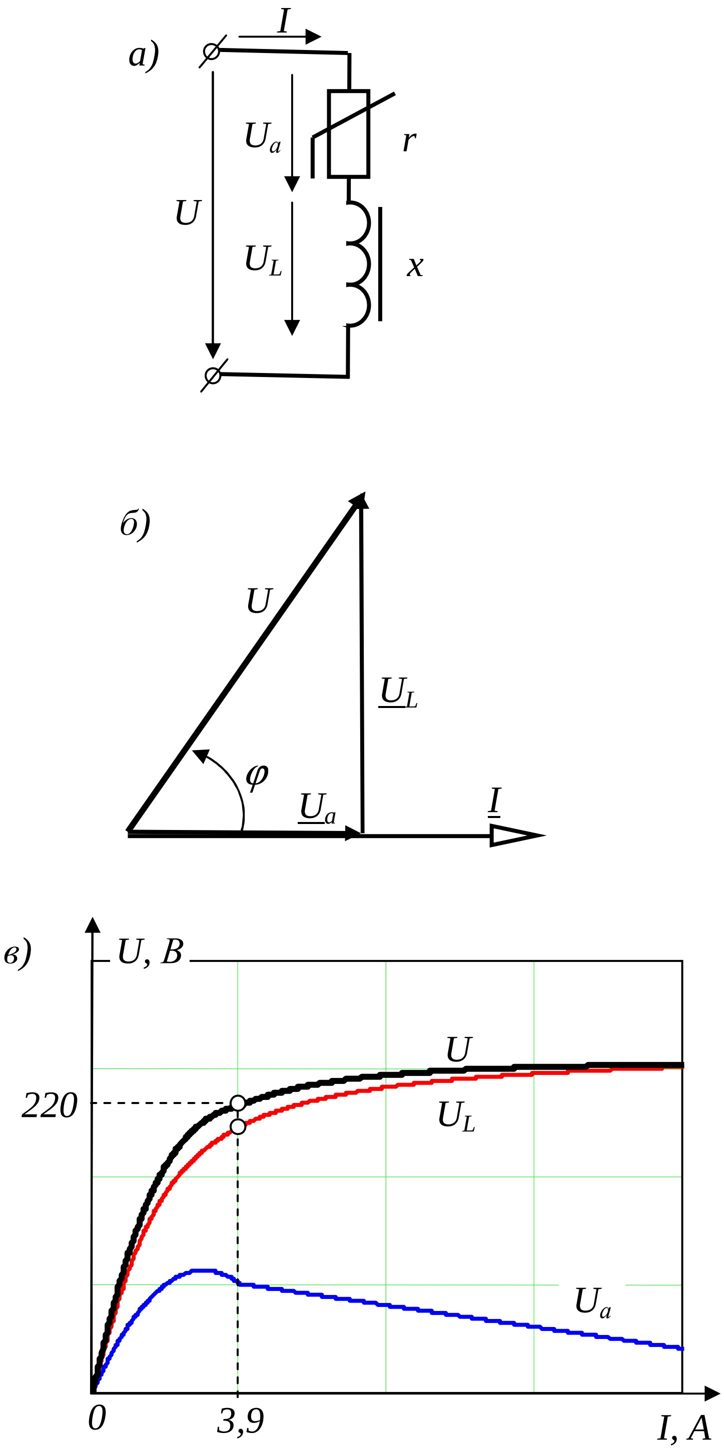


Рис. 9.5

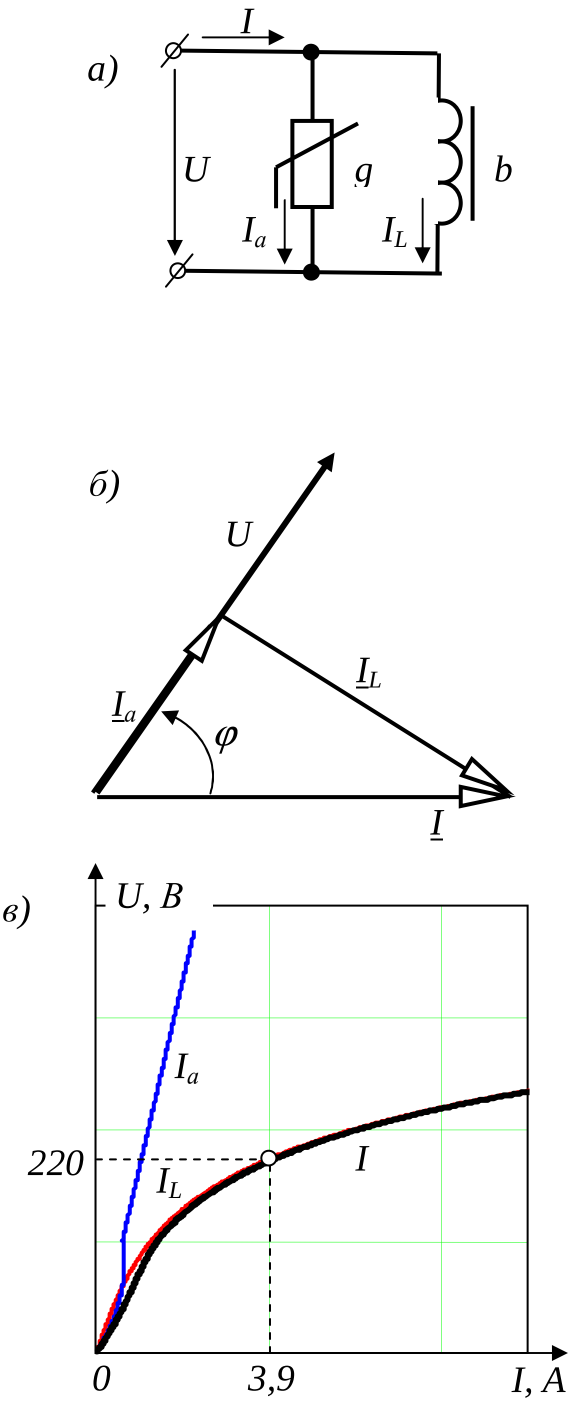


Рис. 9.6

Этого достаточно для построения характеристик, которые для последовательной схемы имеют вид, приведенный на рис. 9.5,в, а для параллельной – на рис. 9.6,в.

10. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ

10.1. Вопросы, подлежащие изучению

Общая характеристика методов расчета переходных процессов в нелинейных электрических цепях. Расчет переходного процесса при включении катушки со сталью на постоянное напряжение методами: а) условной линеаризации; б) аналитической аппроксимации; в) кусочно-линейной аппроксимации; г) последовательных интервалов; д) графического интегрирования. Расчет переходного процесса при включении катушки со сталью на синусоидальное напряжение методами: а) условной линеаризации; б) последовательных интервалов.

10.2. Задачи контрольных работ

Задача 10.1. В схемах рис.10.1, содержащих один нелинейный элемент (НЭ), в результате коммутации возникает переходный процесс. Параметры линейных элементов и входное напряжение U источника постоянного напряжения заданы в табл. 10.1. Характеристика резистивного нелинейного элемента задана в табл. 10.2. Сопротивление r таково, что в схемах 0, 3, 5, 6, 9 в установившемся режиме по НЭ протекает ток 2 *А*, а в схемах 1, 2, 4, 7, 8 в момент коммутации напряжение на НЭ составляет 40 *В*.

Используя кусочно-линейную аппроксимацию характеристики нелинейного элемента двумя отрезками прямых, определить закон изменения тока в нелинейном элементе и напряжения на реактивном элементе и построить графики их изменения от времени.

Таблица 10.1

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U, *В*	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58
L, *Гн*	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4
C, *мкФ*	500	450	400	350	300	325	375	425	475	525

Таблица 10.2

u, *В*	0	2	4	6	8	10	12	16	20	24	28	32	36	40	44
i, *А*	0	0.6	1	1.26	1.45	1.57	1.66	1.8	1.87	1.92	1.94	1.96	1.98	2	2.02

Задача 10.2. Катушка со сталью, имеющая следующие параметры: *w* витков, сечение сердечника, изготовленного и стали Э1215, - *S*, длину средней магнитной линии – *l* и сопротивление меди *r*, включается на синусоидальное напряжение частотой 50 *Гц* и амплитудой U_m. Используя метод условной линеаризации и пренебрегая потерями в стали, определить максимальное значение тока во время самого тяжелого переходного процесса.

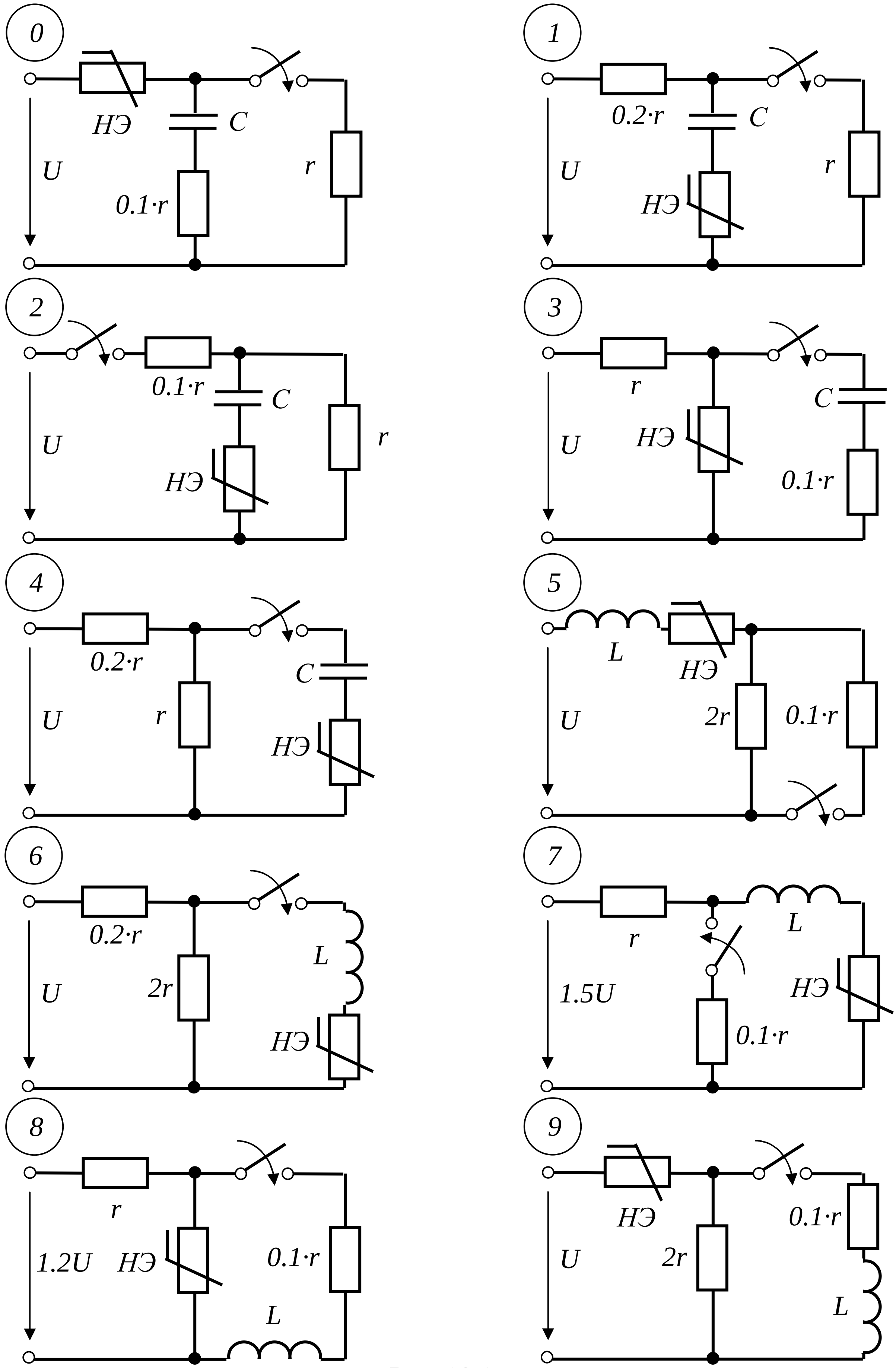

0
НЭ
C
U
r
0.1·r
1
0.2·r
C
U
r
НЭ
2
0.1·r
C
U
r
НЭ
3
r
C
U
НЭ
0.1·r
4
0.2·r
C
U
r
НЭ
5
L
НЭ
U
2r
0.1·r
6
0.2·r
L
U
2r
НЭ
7
r
L
1.5U
НЭ
0.1·r
8
r
1.2U
НЭ
0.1·r
L
9
НЭ
0.1·r
U
2r
L

Рис. 10.1

Кривая намагничивания стали Э1215 приведена в задаче 8.2, а численные значения параметров катушки – в табл. 10.3.

Таблица 10.3

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_m, *В*	310	178	537	930	156	178	310	156	537	930
S, *см*^{2}	20	10	12	24	15	16	18	8	24	25
w	400	470	1200	1030	280	300	460	520	600	1000
Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
l, *см*	90	45	50	100	80	80	70	35	90	110
r, *Ом*	3	3	4.5	5.5	2.2	2.5	3.5	2	4	6

Указание. Если расчетная точка выходит за пределы данных табл. 8.5, то следует применить линейную интерполяцию кривой намагничивания стали.

10.3. Типовые примеры решения задач

Пример 10.1. В схеме рис.10.2, содержащей резистивный нелинейный элемент (НЭ), возникает переходный процесс при выключении рубильника. Характеристика НЭ задана в табл. 10.4.

Таблица 10.4

u, *В*	0	9	15	17.5	19	20.5	21.8	23	24	25	26	27	28	30	32
i, *А*	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.4	1.6

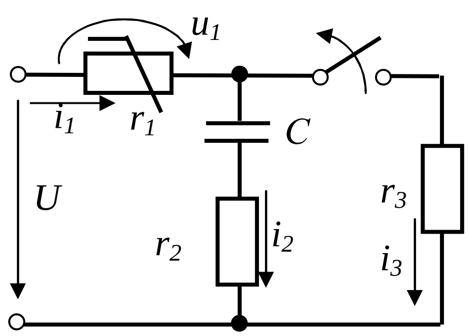


Рис. 10.2

Аппроксимировав характеристику НЭ двумя отрезками прямых, определить закон изменения тока в НЭ и напряжения на ёмкости *C*. По результатам расчета построить графики зависимости искомых величин от времени, если U= 100 *В*, r_2=5 *Ом*, r_3=50 *Ом*, C=200 *мкФ*.

Решение

По данным табл. 10.4 строим график $u_1(i_1)$ (вах НЭ), который представлен на рис.10.3.

До коммутации имеем $i_2(t_-)=0$ (ёмкость не пропускает постоянный ток), следовательно, $i_1(t_-)=i_3(t_-)$, поэтому точку (1) установившегося режима до коммутации определим графическим путем в соответствии с уравнением

$$u_1+r_3i_3(t_-)=U.$$

Из графика рис.10.3 получаем

$$i_1(t_-)=i_3(t_-)=1.42\ A, \quad u_C(t_-)=r_3i_3(t_-)=50\cdot1.42=74\ B.$$

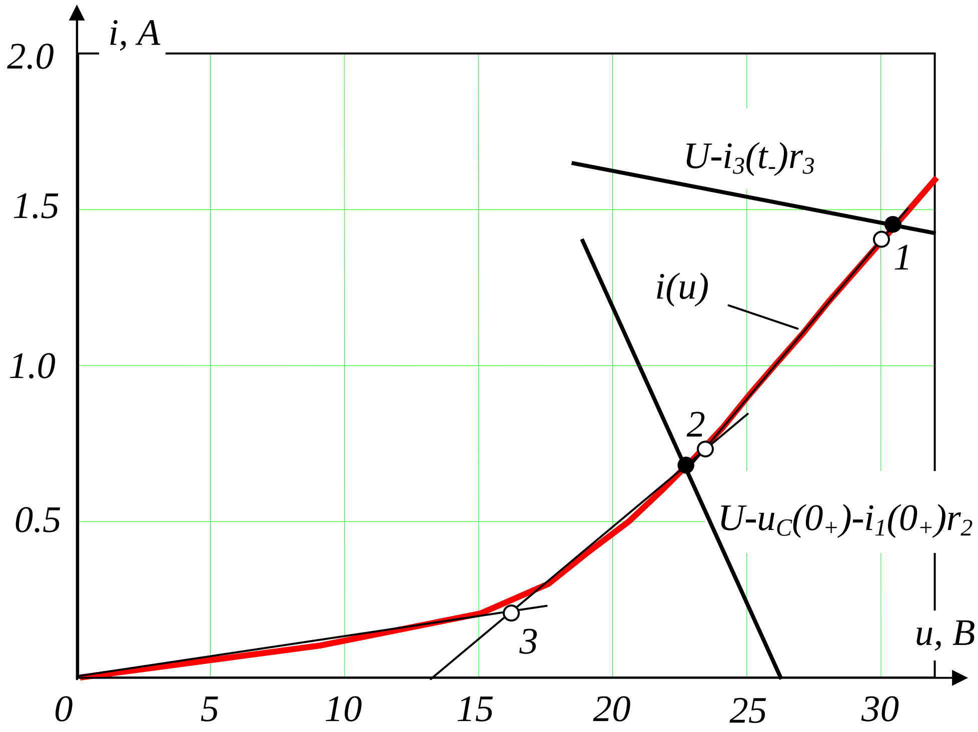


Рис. 10.3

В момент коммутации u_C сохранит своё значение в соответствии со вторым законом коммутации, т.е. $u_C(0)$=74 *В*.

После окончания переходного процесса токов в цепи не будет из-за наличия ёмкости, т.е. на ВАХ НЭ точка установившегося режима находится в начале координат, а установившееся значение напряжения на *С* будет $u_{Cy}=U$=100 *В*.

В момент коммутации рабочая точка (точка 2) на ВАХ НЭ переместится в соответствии с выражением

$$u_1(0_+)+u_C(0)+i_1(0_+)r_2=U$$

или $$u_1(0_+)+i_1(0_+)r_2=26.$$

Из графика рис.10.3 получаем: $i_1(0_+)=i_1^{(2)}=0.67$ *А*; $u_1(0_+)=u_1^{(2)}=22.7$ *В*.

Рабочий участок ВАХ НЭ аппроксимируем двумя прямолинейными участками: 2-3 и 3-0.

Кординаты точки 3: $i_1^{(3)}=0.18$ *А*, $u_1^{(3)}=15.8$ *В*.

Аналитические выражения участков 2-3 и 3-0

$$u_1=13.3-i_1r_{\partial 1}; \qquad u_1=i_1r_{\partial 2},$$

где динамические сопротивления $r_{\partial 1}$ и $r_{\partial 2}$

$$r_{\partial 1}=\frac{u_1^{(2)}-u_1^{(3)}}{i_1^{(2)}-i_1^{(3)}}=\frac{22.7-15.8}{0.67-0.18}=14.08 \quad Ом;$$

$$r_{\partial 2}=\frac{u_1^{(3)}}{i_1^{(3)}}=\frac{15.8}{0.18}=87.8\ Ом.$$

Для расчета переходного процесса составим дифуравнения цепи после коммутации

$$\begin{cases} u_1+u_C+i_1r_2=U; \qquad i_1=C\dfrac{du_C}{dt} \quad \text{или} \\ u_1+u_C+Cr_2\cdot\dfrac{du_C}{dt}=U. \end{cases} \qquad (10.1)$$

При работе НЭ на участке 2-3 его ВАХ уравнения (10.1) принимают вид

$$13.3+i_1r_{\partial 1}+u_C+i_1r_2=U; \quad \text{или} \quad u_C+C(r_2+r_{\partial 1})\cdot\frac{du_C}{dt}=U-13.3. \qquad (10.2)$$

Решение уравнения (10.2) имеет вид

$$u_C=U-13.3+A_1e^{p_1t},$$

где корень характеристического уравнения

$$p_1=-\frac{1}{(r_2+r_{\partial 1})\cdot C}=-\frac{1}{(5+14.08)\cdot 200\cdot 10^{-6}}=-262\ c^{-1}.$$

Постоянную интегрирования A_1 определим из условия, что при t=0 $u_C(0)$=74 B, т.е.

$$A_1=u_C(0)-u_{Cy}=74-86.4=-12.4\ B.$$

Окончательные ответы для u_C и тока в цепи при работе НЭ на участке 2-3

$$u_C=86.4-12.4\cdot e^{-262t}\ B, \qquad i=C\frac{du_C}{dt}=200\cdot 10^{-6}\cdot(-12.4)\cdot(-262)\cdot e^{-262t}=0.65\cdot e^{-262t}\ A. \qquad (10.3)$$

При работе НЭ на участке 3-0 его ВАХ уравнения (10.1) принимают вид

$$i_1r_{\partial 2}+u_C+i_1r_2=U; \quad \text{или} \quad u_C+C(r_2+r_{\partial 2})\cdot\frac{du_C}{dt}=U. \qquad (10.4)$$

Решение уравнения (10.4) имеет вид

$$u_C=u_{Cy}+A_2e^{p_2(t-t_1)}, \qquad (10.5)$$

где корень характеристического уравнения

$$p_2=-\frac{1}{(r_2+r_{\partial 2})\cdot C}=-\frac{1}{(5+87.8)\cdot 200\cdot 10^{-6}}=-53.9\ c^{-1},$$

а t_1 - момент времени, когда происходит переход с участка 2-3 на участок 3-0.

Определим t_1 из условия, что при $t=t_1$ (10.3) должна дать результат $i_1^{(3)}=0.18\ A$, т.е.

$$0.18=0.65\cdot e^{-262t_1},$$

откуда

$$t_1=\frac{ln\dfrac{0.65}{0.18}}{262}=4.9\cdot 10^{-3}\ c=4.9\ мс.$$

Постоянную интегрирования A_2 определим из условия, что при $t=t_1$ (10.3) и (10.5) для u_C должны дать одинаковый результат, т.е.

$$86.4-12.4\cdot e^{-262\cdot 4.9\cdot 10^{-3}}=100+A_2,$$

откуда

$$A_2=86.4-12.4\cdot e^{-262\cdot 4.9\cdot 10^{-3}}-100=-17\ B.$$

Окончательные ответы для u_C и тока в цепи при работе НЭ на участке 3-0

$$u_C=100-17\cdot e^{-53.3(t-t_1)}\ B,\ i=C\frac{du_C}{dt}=200\cdot 10^{-6}\cdot(-17)\cdot(-53.9)\cdot e^{-53.3(t-t_1)}=0.18\cdot e^{-53.3(t-t_1)}A.\quad(10.6)$$

По (10.3) и (10.6) построены требуемые графики с использованием системы Mathcad, которые приведены на рис.10.4.

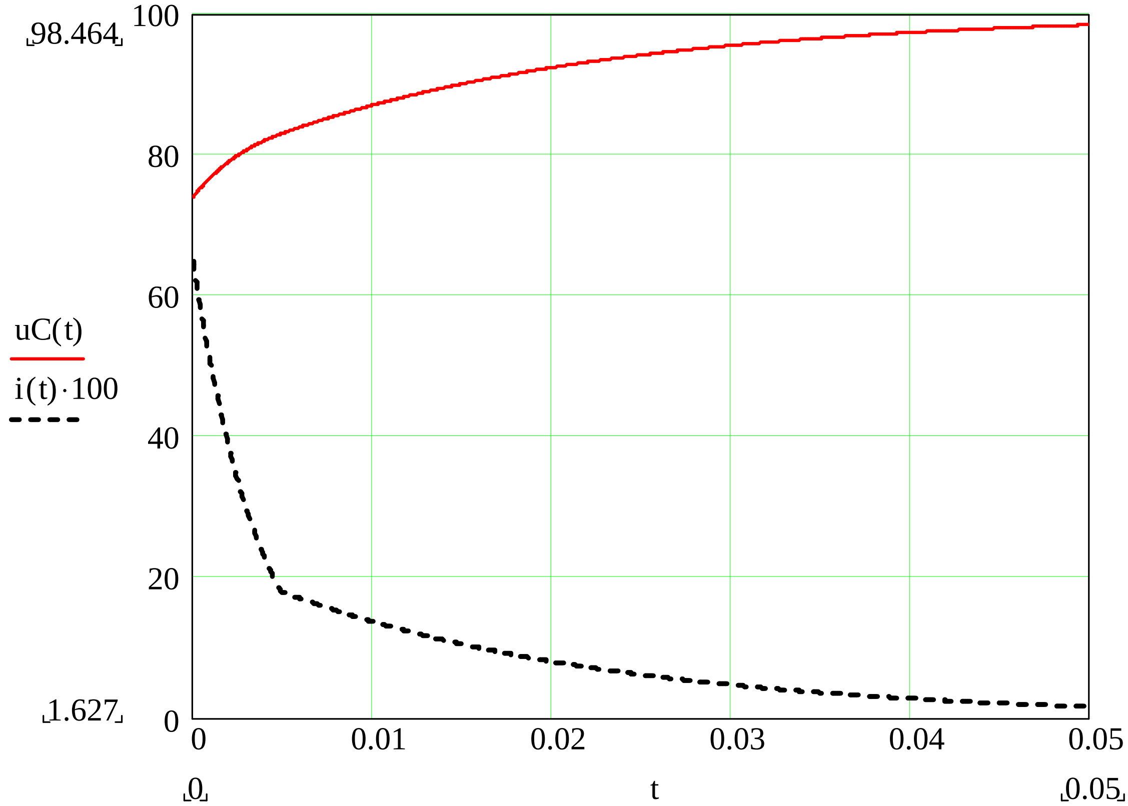


Рис. 10.4

<u>Пример 10.2.</u> В схеме рис.10.5, содержащей источник синусоидального тока j=0.5·sin(500·t+ψ), A, два одинаковых активных сопротивления $r_о$=r=10 $кОм$ и вариконд $C(u)$, возникает переходный процесс при включении рубильника. Кулонвольтная характеристика (КВХ) вариконда приведена в табл. 10.4.

Таблица10.4

q, $мКл$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	1
$u_С$, $В$	0	3	7	11	16	20	25	32	45.5	76	143	250

Требуется: используя метод условной линеаризации определить во сколько раз напряжение на вариконде во время самого тяжелого переходного процесса будет превышать его амплитуду в установившемся режиме.

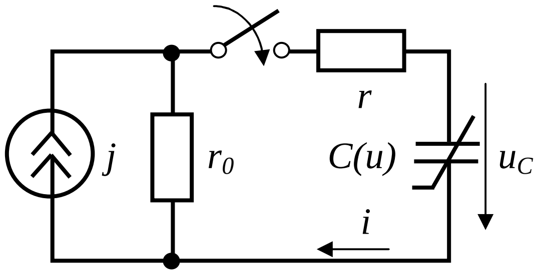


Рис. 10.5

Решение

До коммутации цепь r,$C(u)$ была выключена, поэтому заряд и напряжение вариконда при t=0 будут иметь нулевые значения $q(0)=0$, $u_C(0)=0$.

В установившемся режиме состояние цепи определяется уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа

$$i_у(r+r_o)+u_{Cy}=jr_о.$$

Будем полагать, что в этом режиме $i_у(r+r_o)$»u_{Cy} (в дальнейшем покажем, что это соотношение выполняется). Тогда

$$i_y = \frac{r_o}{r+r_o}\, j = 0.25\cdot sin(500\cdot t+\psi),\ A.$$

Установившееся значение заряда вариконда

$$q_y = \int i_y dt = \frac{-0.25}{500}\cdot cos(500\cdot t+\psi) = -0.5\cdot 10^{-3}\cdot cos(500\cdot t+\psi),\ Кл.$$

По данным табл. 10.4 построим КВХ вариконда (рис.10.6) и по амплитудному значению его установившегося заряда q_{ym}=0.5 $мКл$ определяем точку A установившегося режима. Этой точке соответствует амплитудное значение установившегося напряжения на вариконде U_{Cm}=20 $В$.

Применяя метод условной линеаризации, заменим КВХ вариконда прямой линией, проходящей через точку A, уравнение которой

$$q=C\cdot u, \tag{10.7}$$

где $C = \frac{q_{ym}}{U_{Cm}} = \frac{0.5\cdot 10^{-3}}{20} = 25\cdot 10^{-6}\,Ф$=25 $мкФ$ - ёмкость вариконда в точке A.

Сопротивление конденсатора ёмкостью C

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \cdot 25 \cdot 10^{-6}} = 80\,Ом,$$

т.е. соотношение $i_у(r+r_о)»u_{Cу}$ действительно выполняется.

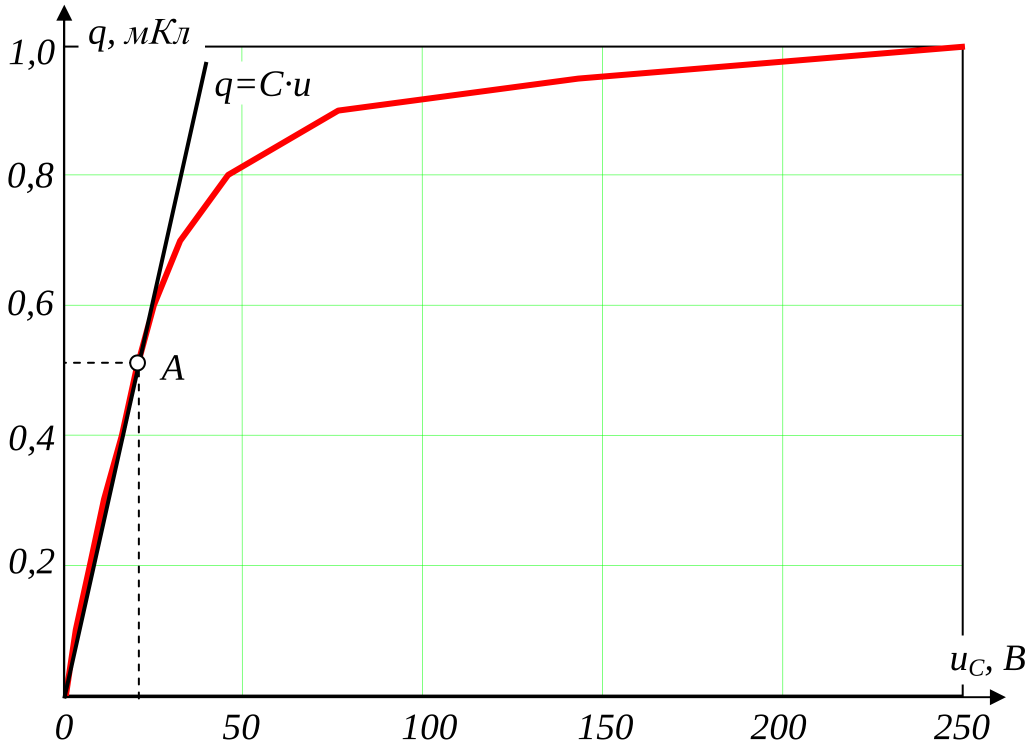


Рис. 10.6

Переходный процесс в цепи описывается уравнением

$$i(r+r_о)+u_C=jr_о, \tag{10.8}$$

причем $\quad i = \dfrac{dq}{dt}, \quad$ а из (10.7) $\quad u_C = \dfrac{q}{C}. \qquad$ (10.9)

Подставляя (10.9) в (10.8), получаем

$$C(r + r_o)\frac{dq}{dt} + q = jCr_o. \tag{10.10}$$

Решение (10.10)

$$q = q_y + q_{св} = -0.5 \cdot 10^{-3} \cdot cos(500 \cdot t + \psi) + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \tag{10.11}$$

где: $\tau=C(r+r_о)$ – постоянная времени цепи;

B – постоянная интегрирования, которую определим из условия, что при t=0 $\quad q(0)$=0.

Из (10.11) получаем, что $\quad B=0.5\cdot10^{-3}\cdot cos(\psi)$. Тогда окончательный ответ для заряда вариконда

$$q = q_y + q_{св} = -0.5 \cdot 10^{-3} \cdot cos(500 \cdot t + \psi) + 0.5 \cdot 10^{-3} \cdot cos(\psi) \cdot e^{-\frac{t}{C(r+r_o)}}. \quad (10.12)$$

Анализируя (10.12), приходим к заключению, что самый тяжелый переходный процесс будет иметь место при $\psi=0$ и при этом максимальное значение заряда q_{max} во время переходного процесса будет иметь место через полпериода после включения. Из (10.12) получаем

$$q_{max} = -0.5 \cdot 10^{-3} \cdot cos(\pi) + 0.5 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega C(r+r_o)}} = 0.5 \cdot 10^{-3} \cdot (1 + e^{-\frac{\pi}{500 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot (10+10) \cdot 10^3}}) =$$

$$=0.994 \cdot 10^{-3}\ Кл = 0.994\ мКл.$$

По КВХ вариконда определяем максимальное во время переходного процесса значение напряжения на нём, соответствующее величине q_{max}: u_{Cmax}=250 *В*.

Таким образом,

$$\frac{u_{C\,max}}{U_{Cm}} = \frac{250}{20} = 12.5\,.$$

Напомним, что в цепи с линейной ёмкостью указанное превышение не могло быть больше двух.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рибалко М.П., Есауленко В.О., Костенко В.І. Теоретичні основи електротехніки: Лінійні електричні кола: Підручник. – Донецьк: Новий світ, 2003. – 513 с.

2. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.

3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи – М.:Гардарика, 1999. – 637 с.

4. Атабеков Г.И., Тимофеев А.В., Хухриков С.С. Теоретические основы электротехники: В 2 ч. – М.: Энергия, 1978. – Ч.1. Линейные электрические цепи.–592 с.

5. Рибалко М.П., Есауленко В.О. Нелінійні електричні та магнітні кола в усталених і перехідних режимах: Навч. посібник. – К.: ІСДО, 1994. – 196 с.