

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ЦИФРОВОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ПОЗИЦИОННЫМ ПРИВОДОМ

Знайдено вирази для похибок чисельного інтегрування методом Сімпсона сигналу завдання на швидкість цифрового задатчика положення, що формує оптимальні за тепловими втратами діаграми відпрацьовування переміщень. Запропоновано метод і схемне вирішення компенсації цих похибок.

Найдены выражения для ошибок численного интегрирования методом Симпсона сигнала задания на скорость цифрового задатчика положения, формирующего оптимальные по тепловым потерям диаграммы отработки перемещений. Предложен метод и схемное решение компенсации этих ошибок.

Formulas for Simpson's numerical integration error of velocity setting signal of digital position controller were found. The profile is optimal by heat loss. The method and circuit design of error compensation was offered.

Одним из способов снижения непроизводительных затрат электроэнергии при управлении позиционными механизмами является применение задатчиков положения (ЗП), формирующих диаграммы перемещения, оптимальные или квазиоптимальные по тепловым потерям. Формулы и алгоритмы расчета выходных сигналов таких ЗП в литературных источниках (например, [1, 2]) приводятся, как правило, в предположении непрерывного характера изменения этих сигналов. При реализации рассматриваемых ЗП в цифровой форме использование формул, выведенных без учета эффекта квантования по времени, приводит к существенным отклонениям формируемых управляющих воздействий от желаемых.

В [3] разработана методика корректировки алгоритмов цифровой реализации оптимальных по тепловым потерям диаграмм отработки заданных перемещений, формируемых в реальном времени, путем расчета диаграммы задания на ускорение $\varepsilon_{зп}(t)$ и двукратного численного интегрирования (ЧИ) этого сигнала, с учетом эффектов квантования и экстраполяции. Основные этапы этой методики заключаются в следующем:

1) рассчитывают узловые точки диаграммы задания на ускорение, исходя из величины обрабатываемого перемещения $\Delta\varphi_3$ и желаемого времени его отработки t_0 с учетом ограничений на скорость ω_0 , ускорение ε_0 и рывок ρ_0 в соответствии с принятым критерием оптимизации без учета дискретности по времени;

2) абсциссы узловых точек диаграммы $\varepsilon_{зп}(t)$ корректируют таким образом, чтобы они стали кратными периоду дискретности T , а ординаты этих точек – таким образом, чтобы вследствие коррекции абсцисс не изменилась величина обрабатываемого перемещения и общий вид диаграмм;

3) полученный сигнал $\varepsilon_{зп}(t)$ сначала смещают на полпериода дискретности вправо и только потом дискретизируют и экстраполируют:

$$\varepsilon_{зп3}(nT) = \varepsilon_{зп}(t - T/2) \Big|_{t=nT};$$

4) при отсутствии ограничения на рывок для первого из цифровых интеграторов (ЦИ), формирующего дискретный экстраполированный сигнал задания на скорость $\omega_{зп3}(nT)$, используют метод *Backward Euler*

$$W_{BE}(z) = \frac{Tz}{z-1}, \quad (1)$$

а для второго, формирующего сигнал $\Delta\varphi_{зп3}(nT)$ – метод трапеций

$$W_T(z) = \frac{T(z+1)}{2(z-1)}; \quad (2)$$

при наличии ограничения на рывок первый интегратор также должен выполнять численное интегрирование методом трапеций.

В [3] показано, что при указанных в п. 4 типах ЦИ сигнал $\omega_{зп3}(nT)$ в моменты времени, кратные периоду прерывания, совпадает с соответствующими значениями эталонной аналоговой тахограммы $\omega_{зп}(t)$, а сигнал задания на положение формируется с установившейся ошибкой, которая при отсутствии ограничения на рывок составляет

$$e_{\varphi T} = \frac{\varepsilon_m T^2}{6}. \quad (3)$$

Целью работы является устранение установившейся ошибки в дискретном экстраполированном сигнале задания на положение $\Delta\varphi_{зп3}(nT)$ и обеспечение его совпадения в моменты времени, кратные периоду прерывания, с соответствующими значениями аналогового сигнала $\Delta\varphi_{зп}(t)$.

В предложенной в [3] методике цифровой реализации задатчика положения (ЗП) выбор ЦИ производился из стандартной библиотеки *Discrete* приложения *Simulink* пакета *MATLAB*, который, благодаря на-

лично в нем приложения *Real Time Workshop*, может рассматриваться как один из возможных вариантов программной реализации цифровых управляющих устройств. Звено *Discrete-Time Integrator* рассматриваемого программного продукта может реализовать ЧИ с использованием интерполяционных полиномов нулевого и первого порядков, порождающих соответственно методы прямоугольников и трапеций. Между тем, точное интегрирование параболического сигнала, каковым является сигнал задания на скорость, можно выполнить, используя алгоритмы ЧИ более высокого порядка, например, алгоритм Симпсона.

Один шаг ЧИ методом Симпсона описывается разностным уравнением второго порядка

$$y_S(nT) = y_S(nT - 2T) + \frac{T}{3}(u(nT - 2T) + 4u(nT - T) + u(nT)), \quad (4)$$

которому соответствует передаточная функция (ПФ):

$$W_S(z) = \frac{y_S(z)}{u(z)} = T \frac{1 + 4z^{-1} + z^{-2}}{3(1 - z^{-2})} = T \frac{z^2 + 4z + 1}{3(z^2 - 1)}. \quad (5)$$

На рис. 1 представлены непрерывные и дискретные диаграммы перемещения, оптимальные по тепловым потерям, сформированные по приведенной выше методике и при замене ЦИ, интегрирующего методом трапеций (см. ПФ (2)), цифровым интегратором, использующим методом Симпсона (ПФ (5)). Период прерывания на приведенном рисунке намеренно завышен для того, чтобы хорошо были видны ошибки, обусловленные дискретностью процессов.

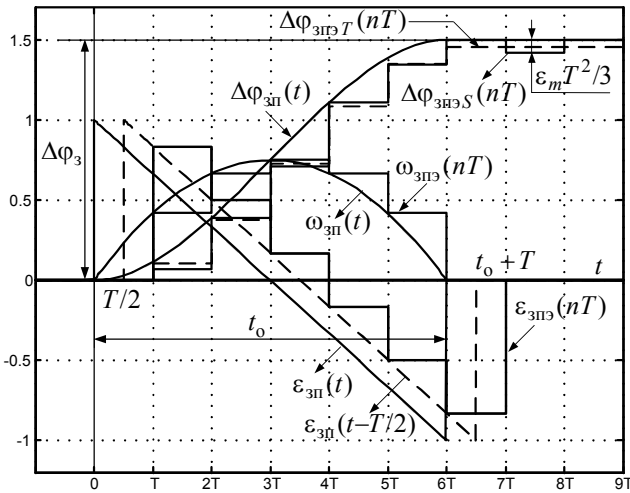


Рис. 1. Диаграммы обработки заданного перемещения, оптимальные по тепловым потерям

Из рис. 1 видно, что интегрирование кривой $\omega_{зп}(nT)$ методом трапеций приводит к формированию сигнала $\Delta\varphi_{зпТ}(nT)$ с установившейся ошибкой (3), которая накапливается постепенно, увеличиваясь с каждым шагом ЧИ. При замене метода трапеций методом Симпсона все четные точки кривой $\varphi_{зпС}(nT)$ вычисляются точно, а все нечетные – с ошибкой, что приводит к автоколебаниям выходного сигнала ЗП в установившемся режиме, причем накопление ошибки происходит только на первом и последнем шагах обработки заданного перемещения.

Причиной такого эффекта является неправомерное использование формулы Симпсона в моменты времени T и $t_0 + T$, которым предшествует скачкообразное изменение задания на ускорение.

Определим величину ошибки, возникающей на первом шаге после начала обработки очередного перемещения.

Точное значение задания на перемещение в этот момент времени составляет

$$\Delta\varphi_A(T) = \int_0^T \left(\varepsilon_m t - \varepsilon_m \frac{t^2}{t_0} \right) dt = \varepsilon_m \frac{T^2}{3} \left(1.5 - \frac{T}{t_0} \right), \quad (6)$$

а значение, вычисленное методом Симпсона, –

$$\Delta\varphi_S(T) = \frac{T}{3} \left(\varepsilon_m T - \varepsilon_m \frac{T^2}{t_0} \right) = \varepsilon_m \frac{T^2}{3} \left(1 - \frac{T}{t_0} \right). \quad (7)$$

Таким образом, значение ошибки ЧИ на первом шаге, сохраняемое в соответствии с формулой (4) на всех нечетных шагах, можно вычислить следующим образом:

$$e_{\varphi S1} = \Delta\varphi_A(T) - \Delta\varphi_S(T) = \frac{\varepsilon_m T^2}{6}. \quad (8)$$

В момент времени $t_0 + T$ эта ошибка, в силу симметрии сигнала задания на скорость, удваивается:

$$e_{\varphi S2} = \Delta\varphi_A(t_0 + T) - \Delta\varphi_S(t_0 + T) = \frac{\varepsilon_m T^2}{6}, \quad (9)$$

$$e_{\varphi S} = e_{\varphi S1} + e_{\varphi S2} = 2e_{\varphi S1} = \frac{\varepsilon_m T^2}{3}. \quad (10)$$

Дополнительные исследования позволили выявить следующие закономерности формирования сигнала задания на положение методом Симпсона:

- изменение уравнения или коэффициентов уравнения, описывающего непрерывный аналог интегрируемого сигнала $\omega_{зп}(t)$, приводит к накоплению ошибки интегрирования только при скачкообразном изменении его первой производной $\varepsilon_{зп}(t)$, что при оптимальных по тепловым потерям законах управления имеет место в начале и в конце обработки перемещения;
- величина приращения ошибки ЧИ зависит от амплитуды скачка задания на ускорение ε_m и величины периода дискретности; независимо от формы оптимальной диаграммы, определяемой наличием либо отсутствием в ней участков ограничения скорости и ускорения

$$|e_{\varphi S}| = |\Delta\varphi_A(kT + T) - \Delta\varphi_S(kT + T)| = \frac{\varepsilon_m T^2}{6},$$

где kT – время скачкообразного изменения сигнала $\varepsilon_{зп}(t)$;

- знак ошибки ЧИ зависит от знака задания на рыбок $\rho_{зп}(t) = d\varepsilon_{зп}(t)/dt = d^2\omega_{зп}(t)/dt^2$ в момент времени kT :

$$e_{\varphi S} = \frac{\varepsilon_m T^2}{6} \text{sign}(\rho_{зп}(kT)); \quad (11)$$

- если время обработки заданного перемещения t_0 равно четному количеству интервалов дискретности,

то ошибка ЧИ на четных шагах отсутствует; на нечетных она составляет в динамике величину, определяемую формулой (11), а в статике – ее удвоенное значение; в результате этого выходной сигнал ЗП в установившемся режиме (при нулевых значениях сигналов $\varepsilon_{зп}(nT)$ и $\omega_{зп}(nT)$) совершает незатухающие дискретные колебания между уровнями $\Delta\varphi_{зп}(t)$ и $\Delta\varphi_{зп}(t) - \varepsilon_m T^2/3$;

- если время отработки заданного перемещения t_0 равно нечетному количеству интервалов дискретности, то ошибка ЧИ в динамике присутствует только на нечетных шагах, а в статике – и на четных и на нечетных, в результате чего выходной сигнал ЗП имеет в установившемся режиме постоянную статическую ошибку $\varepsilon_m T^2/6$.

Для ликвидации ошибки ЧИ необходимо в соответствующие моменты времени прибавлять к выходному сигналу интегратора, формирующего задание на положение, вычисленную по формуле (11) ошибку с противоположным знаком. Вариант реализации этого решения в среде *Simulink* представлен на рис. 2.

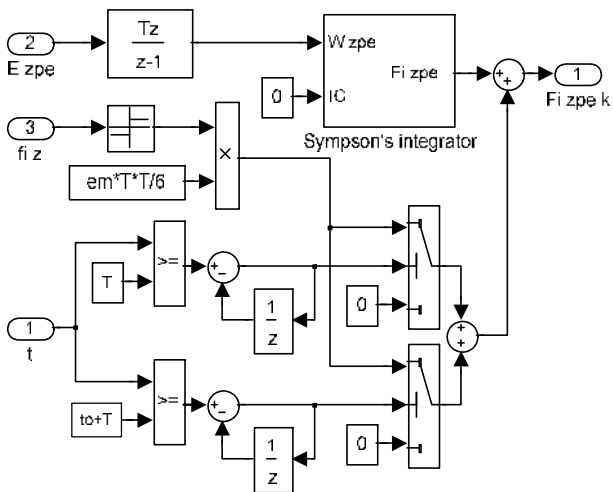


Рис. 2. Модель компенсации ошибки ЧИ в цифровом ЗП с интегратором Симпсона

В представленной модели блоки сравнения предназначены для запуска режима автоколебаний на первом ($t = T$) и последнем ($t = t_0 + T$) тактах отработки заданного перемещения между уровнями 0 и 1 на выходе замкнутых контуров со звеньями запаздывания ($1/z$) в каналах обратных связей. Начиная с указанных выше моментов времени, вычисленная по формуле (11) ошибка суммируется через один период дискретности с выходным сигналом интегратора Симпсона (Simpson's integrator). Учитывая, что в оптимальных по тепловым потерям диаграммах знак рывка на участках скачкообразного изменения ускорения совпадает со знаком перемещения, т.е.

$$\text{sign}(\rho_{зп}(kT)) = \text{sign}(\Delta\varphi_3),$$

модуль ошибки в модели умножается именно на этот сигнал.

В результате устраняется не только статическая, но и динамическая ошибка задания на положение в моменты времени, кратные периоду прерывания.

Выводы

1. При формировании цифровым ЗП диаграмм отработки перемещений, оптимальных по тепловым потерям, по методике, описанной в [3], даже при интегрировании сигнала задания на скорость методом Симпсона имеет место отклонение дискретного сигнала задания на положение от соответствующего эталонного аналогового сигнала в моменты времени, кратные периоду прерывания.

2. Ошибка ЧИ накапливается только в моменты времени, в которые сигнал задания на ускорение изменяется скачком. Знак ошибки зависит от направления скачка; величина ошибки прямо пропорциональна амплитуде скачка и квадрату периода дискретности (см. формулу (11)).

3. Для компенсации ошибок ЧИ к выходному сигналу ЗП необходимо прибавлять константу (11) с противоположным знаком, начиная со времени ее возникновения на каждом втором шаге, что может быть реализовано при помощи модели рис. 2.

Список использованной литературы

1. Карнюшин Л.В., Пышкало В.Д., Рогачев А.И. Области существования оптимального управления электроприводами // Электромашиностроение и электрооборудование. – Киев: Техника, 1972. – Вып. 15. – С. 3-8.
2. Костенко В.И., Коцегуб П.Х., Розкаряка П.И., Толочко О.И. Формирование оптимальных по нагреву диаграмм отработки заданных перемещений при наличии постоянного статического момента на валу двигателя // Вісник Національного Технічного Університету "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2002. – №12. – Т.2. – С. 350-354.
3. Толочко О.И., Коцегуб П.Х., Розкаряка П.И. Особенности цифровой реализации оптимальных алгоритмов управления позиционным электроприводом // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Кременчук: КДПУ. – 2006. – №3 (38). Ч. 1. – С. 8-11.



Толочко Ольга Ивановна, д.т.н., профессор
Коцегуб Павел Харитонович, д.т.н., зав. каф.
Розкаряка Павел Иванович, аспирант

Кафедра ЭАПУ ДонНТУ
83000, Донецк, Артема, 58
301-09-78, 301-03-35, 301-03-05
toi@elf.dgtu.donetsk.ua