

## **КОРРЕКЦИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО ТЕПЛОВЫМ ПОТЕРЯМ ДИАГРАММ ОТРАБОТКИ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТА КВАНТОВАНИЯ ПО ВРЕМЕНИ**

**Розкаряка П.И.**

*Донецкий национальный технический университет*

*The procedure of formation position profile correction was offered. The procedure allows for sampling time effect. The profile is optimal by heat loss and ensures nodal point switching at the instant of time, which is divisible of sample time of discrete-time commanded position. The correction ensures precision realization of position electric drive profiles.*

**Введение.** Уменьшение тепловых потерь в позиционных электроприводах, работающих в повторно-кратковременных режимах, возможно за счет выбора оптимальной диаграммы отработки перемещения. Минимальные тепловые потери обеспечиваются при использовании параболической тахограммы. Учет момента статического сопротивления и ограничений на скорость и ускорение (и/или ток) позволяют сформировать квазиоптимальные по тепловым потерям диаграммы [1] с помощью задающих устройств (ЗУ), которые из-за своей сложности могут быть успешно реализованы только в цифровом виде. В рассматриваемых диаграммах аналоговый сигнал задания на ускорение представляет собой кусочно-линейную кривую с несколькими точками излома (назовем их узловыми точками), координаты которых рассчитываются по известным формулам [1]. Методика формирования цифровых диаграмм задания на ускорение, скорость и перемещение электромеханических систем приведены в [2]. Первым этапом этой методики является коррекция координат узловых точек оптимальных диаграмм с учетом эффекта квантования по времени. Суть коррекции заключается в обеспечении кратности периода дискретности абсцисс точек излома и в последующем перерасчете ординат этих точек для кривой задания на ускорение таким образом, чтобы при уточненных абсциссах не изменилась величина обрабатываемого перемещения.

**Целью работы** является разработка методики и вывод формул для коррекции координат узловых точек кривой задания на ускорение при формировании цифровых сигналов управления, обеспечивающих минимизацию тепловых потерь в позиционных электроприводах, с учетом эффекта квантования по времени.

**Материал и результаты исследования.** Задатчики положения можно строить замкнутыми [3] и разомкнутыми. Недостатком замкнутых ЗУ при реализации в цифровом виде является возникновение автоколебаний в выходном сигнале, для случая разомкнутого ЗУ пренебрежение эффектом дискретизации приводит к ошибке в эталонном сигнале задания на положение [2]. Реализация алгоритмов формирования несимметричных диаграмм ускорения, оптимальных по тепловым потерям, которые имеют место при учете статического момента и ограничений на скорость и ускорение, в замкнутом виде затруднена. Поэтому рассмотрим последовательность формирования сигнала задания на положение цифрового ЗУ в разомкнутом виде. Для реализации такого ЗУ достаточно сформировать сигнал задания на ускорение, а координаты желаемой скорости и перемещения можно получить его последовательным интегрированием. На рис. 1 представлены шесть возможных разновидностей диаграмм отработки заданного перемещения с учетом статического момента и ограничений на координаты, реализующих оптимальное (или квазиоптимальное) управление по тепловым потерям.

Предлагаемая методика коррекции координат узловых точек диаграммы ускорения состоит из следующих этапов:

- 1) округляем до ближайшего большего, кратного периоду дискретности  $T$ , суммарное желаемое время отработки заданного перемещения  $t_0$ :

$$t_{0_{new}} = T \cdot \text{ceil}\left(\frac{t_{0_{old}}}{T}\right), \quad (1)$$

где  $t_{0_{old}}$  – значение времени до округления,  $t_{0_{new}}$  – значение времени после округления;

- 2) осуществляем расчет времён  $t_1 \dots t_6$  по формулам, приведенным в [1] и предназначенным для реализации ЗУ в аналоговом виде;
- 3) времена  $t_1$ ,  $t_3$  и  $t_5$ , соответствующие участкам работы с постоянным ускорением, округляем до ближайших больших, кратных периоду дискретности  $T$ , аналогично (1), а время  $t_2$  – по правилам округления (т.е. до ближайшего из целых чисел):

$$t_{2_{new}} = T \cdot \text{round}\left(\frac{t_{2_{old}}}{T}\right); \quad (2)$$

- 4) находим значения оставшихся времен  $t_6$  или  $t_4$ , не изменяя общего времени  $t_0$ :

$$t_6 = t_0 - t_1 - t_5, \quad t_4 = t_0 - t_1 - t_2 - t_3 - t_5; \quad (3)$$

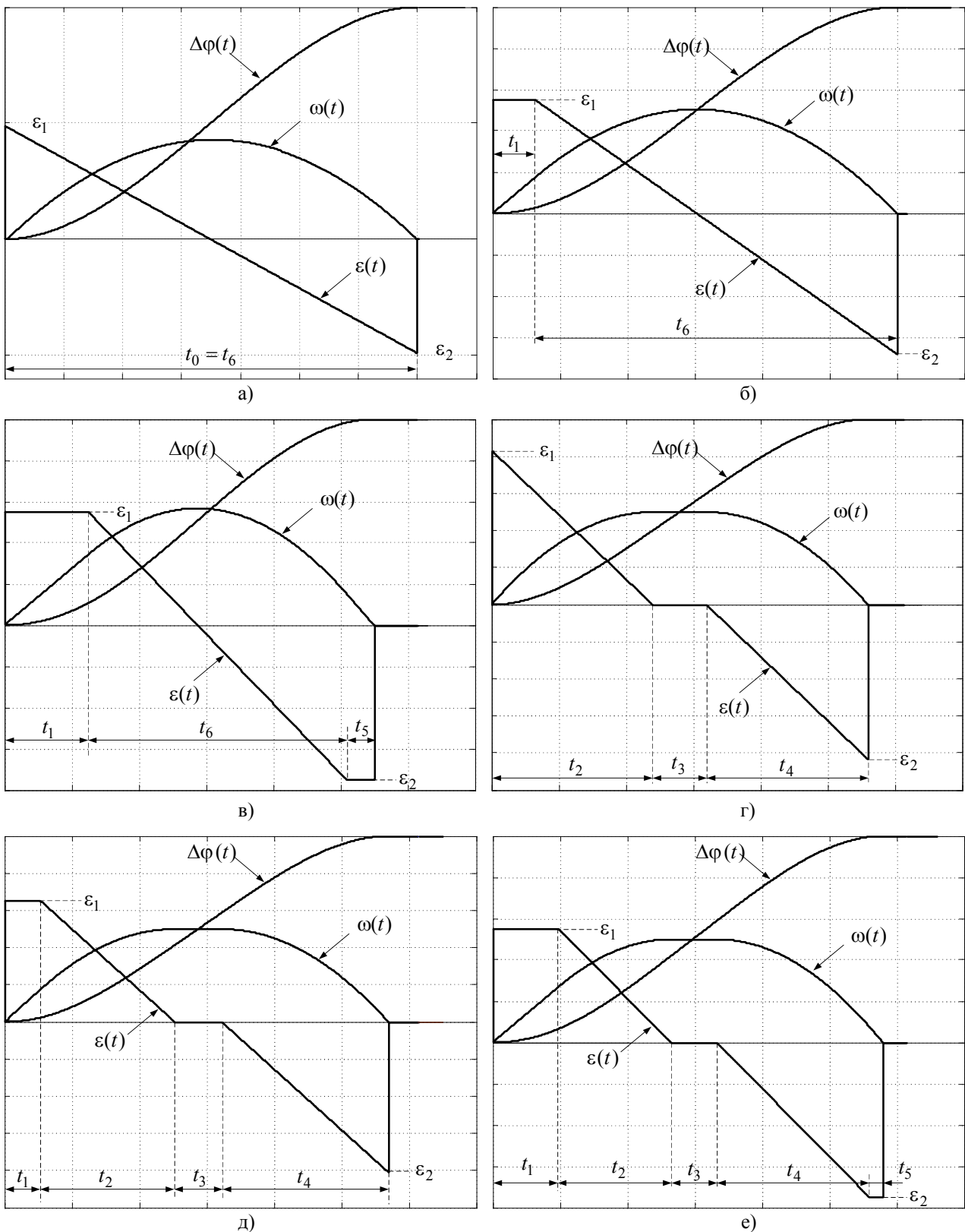


Рисунок 1 – Оптимальные и квазиоптимальные по тепловым потерям диаграммы обработки заданного перемещения

- 5) производим перерасчет значений ускорений при разгоне  $\varepsilon_1$  и торможении  $\varepsilon_2$  из условия обеспечения обработки заданного перемещения  $\Delta\varphi_3$  с новыми значениями времен  $t_1 \div t_6$ , решая систему уравнений:

$$\begin{cases} \omega(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t_1, \dots, t_6)|_{t=t_0} = 0, \\ \Delta\varphi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t_1, \dots, t_6)|_{t=t_0} = \Delta\varphi_3. \end{cases} \quad (4)$$

Следует отметить, что приведенная методика не предусматривает повторной проверки откорректированных параметров на достижение ими уровней ограничения и изменения вида диаграммы по сравнению с исходным вариантом. При этом может только нарушиться равенство рынков на участках  $t_2$  и  $t_4$ . Необходимо также иметь в виду, что полученные вследствие коррекции значения  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\omega_0$  могут оказаться несколько выше своих уровней ограничения. Если это не допустимо, то все временные интервалы следует округлять с избытком, что приведет к увеличению времени  $t_0$ .

Предлагаемая методика вывода выражений для левых частей СУ (4) состоит в следующем:

- записываем уравнения для графика  $\varepsilon(t)$  на каждом из участков  $t_1, t_2, \dots, t_6$ , совмещая начальную точку отсчета времени с началом соответствующего интервала;
- дважды интегрируя правые части полученных уравнений с учетом того, что

$$\omega(t) = \int \varepsilon(t) dt, \quad \Delta\varphi(t) = \int \omega(t) dt, \quad (5)$$

при начальных условиях (НУ)

$$\omega_{0i} = \omega(t_{i-1}), \quad \Delta\varphi_{0i} = \Delta\varphi(t_{i-1}), \quad \omega_{01} = 0, \quad \Delta\varphi_{01} = 0, \quad (6)$$

последовательно находим выражения для графиков изменения скорости и перемещения на разных временных интервалах рассматриваемой диаграммы, а также значения этих сигналов на концах интервалов, т.е. в точках излома, подставляя в выражения, полученные из (5) с учетом НУ (6),  $t = t_i$ ;

- из выражений, полученных для значений рассматриваемых сигналов на конце последнего участка, формируем левые части системы (4).

Рассмотрим применение описанной методики на примере самой сложной диаграммы (рис. 1e), когда обработка заданного перемещения осуществляется при наличии участков движения с выходом на ограничение скорости (участок  $t_3$ ) и ускорений при разгоне (участок  $t_1$ ) и торможении (участок  $t_5$ ).

График ускорения для этой диаграммы описывается следующими уравнениями:

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} \varepsilon_1, & \text{при } 0 \leq t \leq t_1; \\ \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1}{t_2} t, & \text{при } 0 \leq t \leq t_2; \\ 0, & \text{при } 0 \leq t \leq t_3; \\ -\varepsilon_2 \frac{t}{t_4}, & \text{при } 0 \leq t \leq t_4; \\ -\varepsilon_2, & \text{при } 0 \leq t \leq t_5. \end{cases} \quad (7)$$

Интегрируя (7) в соответствии с (5) и (6), получаем:

для участка  $t_1$  с учетом нулевых НУ:

$$\omega(t) = \int \varepsilon_1 dt = \varepsilon_1 t,$$

$$\Delta\varphi(t) = \int \varepsilon_1 t dt = \frac{\varepsilon_1 t^2}{2};$$

$$\omega(t_1) = \varepsilon_1 t_1, \quad \Delta\varphi(t_1) = \frac{\varepsilon_1 t_1^2}{2}; \quad (8)$$

для участка  $t_2$  с учетом НУ (8):

$$\omega(t) = \int \left( \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1}{t_2} t \right) dt = \varepsilon_1 t - \frac{\varepsilon_1}{2t_2} t^2 + \omega(t_1) = \varepsilon_1 \left( t + \frac{t^2}{2t_2} + t_1 \right),$$

$$\Delta\varphi(t) = \int \left( \varepsilon_1 \left( t + \frac{t^2}{2t_2} + t_1 \right) \right) dt = \frac{\varepsilon_1 t^2}{2} - \frac{\varepsilon_1}{6t_2} t^3 + \varepsilon_1 t_1 t + \Delta\varphi(t_1) = \varepsilon_1 \left( \frac{t^2 + t_1^2}{2} - \frac{t^3}{6t_2} + t_1 t \right);$$

$$\omega(t_2) = \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right), \quad \Delta\varphi(t_2) = \varepsilon_1 \left( \frac{t_1^2}{2} + \frac{t_2^2}{3} + t_1 t_2 \right); \quad (9)$$

для участка  $t_3$  с учетом начальных условий (9):

$$\omega(t) = \int 0 dt = \omega(t_2) = \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right),$$

$$\Delta\varphi(t) = \int \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right) dt = \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right) t + \Delta\varphi(t_2) = \varepsilon_1 \left( t_1 (t_2 + t) + \frac{t_2 t}{2} + \frac{t_1^2}{2} + \frac{t_2^2}{3} \right);$$

$$\omega(t_3) = \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right), \quad \Delta\varphi(t_3) = \varepsilon_1 \left( t_1(t_2 + t_3) + \frac{t_2 t_3}{2} + \frac{t_1^2}{2} + \frac{t_2^2}{3} \right); \quad (10)$$

для участка  $t_4$  с учетом НУ (10):

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \int \left( -\frac{\varepsilon_2}{t_4} t \right) dt = -\frac{\varepsilon_2}{2t_4} t^2 + \omega(t_3) = -\frac{\varepsilon_2}{2t_4} t^2 + \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right), \\ \Delta\varphi(t) &= \int \left( -\frac{\varepsilon_2}{2t_4} t^2 + \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right) \right) dt = -\varepsilon_2 \frac{t^3}{6t_4} + \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right) t + \Delta\varphi(t_3) = \\ &= -\varepsilon_2 \frac{t^3}{6t_4} + \varepsilon_1 \left( t_1(t_2 + t_3 + t) + \frac{t_2(t_3 + t) + t_1^2}{2} + \frac{t_2^2}{3} \right); \\ \omega(t_4) &= -\varepsilon_2 \frac{t_4}{2} + \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right); \quad \Delta\varphi(t_4) = -\varepsilon_2 \frac{t_4^2}{6} + \varepsilon_1 \left( t_1(t_2 + t_3 + t_4) + \frac{t_2(t_3 + t_4) + t_1^2}{2} + \frac{t_2^2}{3} \right); \end{aligned} \quad (11)$$

для участка  $t_5$  с учетом НУ (11):

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \int -\varepsilon_2 dt = -\varepsilon_2 t + \omega(t_4) = -\varepsilon_2 \left( t + \frac{t_4}{2} \right) + \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right), \\ \Delta\varphi(t) &= \int \left( -\varepsilon_2 \left( t + \frac{t_4}{2} \right) + \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right) \right) dt = -\frac{\varepsilon_2}{2} t^2 - \frac{\varepsilon_2 t_4}{2} t + \frac{\varepsilon_1 t_2}{2} t + \varepsilon_1 t_1 t + \Delta\varphi(t_4) = \\ &= -\varepsilon_2 \left( \frac{t^2}{6} + \frac{t^2 + t_4 t}{2} \right) + \varepsilon_1 \left( t_1(t_2 + t_3 + t_4 + t) + \frac{t_2(t_3 + t_4 + t) + t_1^2}{2} + \frac{t_2^2}{3} \right); \\ \omega(t_5) &= -\varepsilon_2 \left( t_5 + \frac{t_4}{2} \right) + \varepsilon_1 \left( t_1 + \frac{t_2}{2} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\Delta\varphi(t_5) = -\varepsilon_2 \left( \frac{t_4^2}{6} + \frac{t_5^2 + t_4 t_5}{2} \right) + \varepsilon_1 \left( t_1(t_2 + t_3 + t_4 + t_5) + \frac{t_2(t_3 + t_4 + t_5) + t_1^2}{2} + \frac{t_2^2}{3} \right). \quad (13)$$

Формируем СУ (4), приравнявая выражение (12) к 0, а выражение (13) – к  $\Delta\varphi_3$ :

$$\begin{cases} -\varepsilon_2 \frac{2t_5 + t_4}{2} + \varepsilon_1 \frac{2t_1 + t_2}{2} = 0, \\ -\varepsilon_2 \frac{t_4^2 + 3t_5(t_5 + t_4)}{6} + \varepsilon_1 \frac{6t_1(t_2 + t_3 + t_4 + t_5) + 3t_2(t_3 + t_4 + t_5) + 3t_1^2 + 2t_2^2}{6} = \Delta\varphi_3. \end{cases} \quad (14)$$

Решая СУ (14) относительно ускорений  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , получаем:

$$\varepsilon_1 = \frac{6\Delta\varphi_3}{3t_1^2 + 2t_2^2 + 6t_1(t_2 + t_3 + t_4 + t_5) + 3t_2(t_3 + t_4 + t_5) - (t_4^2 + 3t_5^2 + 3t_4 t_5) \frac{2t_1 + t_2}{2t_5 + t_4}}, \quad (15)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{2t_1 + t_2}{2t_5 + t_4}. \quad (16)$$

Из формул (13)-(14) легко получить аналогичные выражения для двух других диаграмм с участком установившейся скорости: для диаграммы рис. 1г это достигается подстановкой  $t_5 = 0$ , а для диаграммы рис. 1д – подстановками  $t_5 = 0$  и  $t_1 = 0$ .

Для диаграмм без ограничения скорости интервал  $t_3$  отсутствует, а интервалы  $t_2$  и  $t_4$  объединяются в интервал  $t_6$ . Можно показать, что в этом случае СУ для вывода формул  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  диаграммы рис. 1в, составленная по изложенной выше методике, будет иметь вид:

$$\begin{cases} -\varepsilon_2 \frac{2t_5 + t_6}{2} + \varepsilon_1 \frac{2t_1 + t_6}{2} = 0, \\ -\varepsilon_2 \frac{t_6^2 + 3t_5^2 + 3t_6 t_5}{6} + \varepsilon_1 \frac{3t_1^2 + 2t_6^2 + 6t_1(t_5 + t_6) + 3t_6 t_5}{6} = \Delta\varphi_3. \end{cases} \quad (17)$$

Решая СУ (15) относительно ускорений  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , получаем:

$$\varepsilon_1 = \frac{6\Delta\varphi_3}{3t_1^2 + 2t_6^2 + 6t_1(t_5 + t_6) + 3t_6t_5 - (t_6^2 + 3t_5^2 + 3t_6t_5) \left( \frac{2t_1 + t_6}{2t_5 + t_6} \right)}; \quad (18)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{2t_1 + t_6}{2t_5 + t_6}. \quad (19)$$

Формулы перерасчета максимальных ускорений для диаграммы рис. 1б получаются подстановкой в (18) и (19) выражения  $t_5 = 0$ , а для диаграммы рис. 1а – подстановками  $t_5 = 0$  и  $t_1 = 0$ .

Формулы для значений ординат точек излома ускорений для всех рассматриваемых диаграмм представлены в табл. 1.

Таблица 1  
Формулы для перерасчета максимальных ускорений при разгоне  $\varepsilon_1$  и торможении  $\varepsilon_2$

Диаграмма	Значения ускорений
а	$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 6\Delta\varphi_3 / t_0^2$
б	$\varepsilon_1 = \frac{6\Delta\varphi_3}{3t_1^2 + 4t_1t_6 + t_6^2}; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{2t_1 + t_6}{t_6};$
в	$\varepsilon_1 = \frac{6\Delta\varphi_3}{3t_1^2 + 2t_6^2 + 6t_1(t_5 + t_6) + 3t_6t_5 - (t_6^2 + 3t_5^2 + 3t_6t_5) \frac{2t_1 + t_6}{2t_5 + t_6}}; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{2t_1 + t_6}{2t_5 + t_6};$
г	$\varepsilon_1 = \frac{6\Delta\varphi_3}{2t_2^2 + 3t_2t_3 + 2t_2t_4}; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{t_2}{t_4};$
д	$\varepsilon_1 = \frac{6\Delta\varphi_3}{3t_1^2 + 2t_2^2 + 6t_1t_2 + 6t_1t_3 + 4t_1t_4 + 3t_2t_3 + 2t_2t_4}; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{2t_1 + t_2}{t_4};$
е	$\varepsilon_1 = \frac{6\Delta\varphi_3}{3t_1^2 + 2t_2^2 + 6t_1(t_2 + t_3 + t_4 + t_5) + 3t_2(t_3 + t_4 + t_5) - (t_4^2 + 3t_5^2 + 3t_4t_5) \frac{2t_1 + t_2}{2t_5 + t_4}}; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{2t_1 + t_2}{t_4 + 2t_5}.$

Еще раз подчеркнем, что предложенная коррекция является первым, но не последним этапом преобразования рассматриваемых аналоговых диаграмм обработки заданного перемещения в цифровые. Другие особенности цифровой реализации ЗУ, связанные с необходимостью учета не только эффекта квантования по времени, но и эффекта экстраполяции сигналов, освещены в [2]. Кроме того, нуждается в дополнительной проработке вопрос выбора алгоритмов численного интегрирования для получения из сигнала задания на ускорение сигналов задания на скорость и перемещение.

### Выводы

1. На первом этапе коррекции оптимальных по тепловым потерям диаграмм управления позиционными электроприводами следует учесть эффект квантования по времени, обеспечивая кратность времен излома графиков эталонных сигналов периоду дискретности.
2. Применение формул, приведенных в табл. 1, позволяет пересчитать максимальные значения ускорений при разгоне и торможении после коррекции временных интервалов с сохранением величины обрабатываемого перемещения.
3. Для качественной реализации цифрового ЗУ в оптимальных по тепловым потерям систем управления позиционными электроприводами, следует, кроме эффекта квантования по времени, учесть эффект экстраполяции и особенности выполнения операций численного интегрирования.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Костенко В.И., Коцегуб П.Х., Розкаряка П.И., Толочко О.И. Формирование оптимальных по нагреву диаграмм обработки заданных перемещений при наличии постоянного статического момента на валу двигателя // Вісник Національного Технічного Університету "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2002. – №12. – Т.2. – С. 350-354.
2. Толочко О.И., Коцегуб П.Х., Розкаряка П.И. Особенности цифровой реализации оптимальных алгоритмов управления позиционным электроприводом // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Кременчук: КДПУ. – 2006. – №3 (38). Ч. 1. – С. 8-11.
3. Чермалых А.В. Универсальная многоканальная задающая модель для систем управления позиционным электроприводом // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Кременчук: КДПУ. – 2004. – №2 (25). – С. 139-143.