

## ОСОБЕННОСТИ ЦИФРОВОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ПОЗИЦИОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

Толочко О.И.

Коцегуб П.Х.

Розкаряка П. И.

Донецкий национальный технический университет

**Введение.** Одним из способов снижения непроизводительных затрат электроэнергии при управлении позиционными механизмами является применение задающих устройств (ЗУ), формирующих диаграммы перемещения, оптимальные или квазиоптимальные по тепловым потерям.

Такие ЗУ могут быть успешно реализованы только в цифровой форме. Однако известные формулы и алгоритмы расчета выходных сигналов задатчиков положения (ЗП), как правило, выведены без учета эффекта квантования по времени [1, 2]. Это приводит к существенным отклонениям формируемых управляющих воздействий от желаемых.

**Целью работы** является разработка методики корректировки алгоритмов цифровой реализации оптимальных по тепловым потерям диаграмм отработки заданных перемещений в реальном времени с учетом эффектов квантования и экстраполяции.

### Материал и результаты исследования

Задатчики положения (ЗП) обычно функционируют следующим образом. Вначале они формируют диаграмму задания на ускорение  $\varepsilon_{зп}(t)$  в виде кусочно-линейной аппроксимации табличной зависимости, узловыми точками которой рассматриваются, исходя из величины обрабатываемого перемещения  $\Delta\varphi_3$  и желаемого времени его отработки  $t_0$  с учетом ограничений на скорость  $\omega_0$  и ускорение  $\varepsilon_0$  привода (а иногда и рывка  $\rho_0$ ) в соответствии с принятым критерием оптимизации. Полученный сигнал дважды интегрируется, в результате чего получаются желаемые диаграммы изменения скорости  $\omega_{зп}(t)$  и положения  $\Delta\varphi_{зп}(t)$  соответственно.

Координаты точек излома графика  $\varepsilon_{зп}(t)$  вначале рассчитывают в непрерывном времени. Если предполагается цифровая реализация ЗП, то абсциссы узловых точек необходимо скорректировать таким образом, чтобы они стали кратными периоду дискретности  $T$ , а ординаты этих точек – таким образом, чтобы вследствие коррекции абсцисс не изменилась величина обрабатываемого перемещения и общий вид диаграмм (нежелательно появление новых точек излома вследствие достижения каким-либо сигналом уровня ограничения).

Этой проблеме, решения которой оказывается вполне достаточно для качественной цифровой реализации диаграмм перемещения с треугольной или трапециoidalной тахограммами, будет посвящена отдельная работа. Поэтому далее будут рассматриваться диаграммы, у которых абсциссы всех харак-

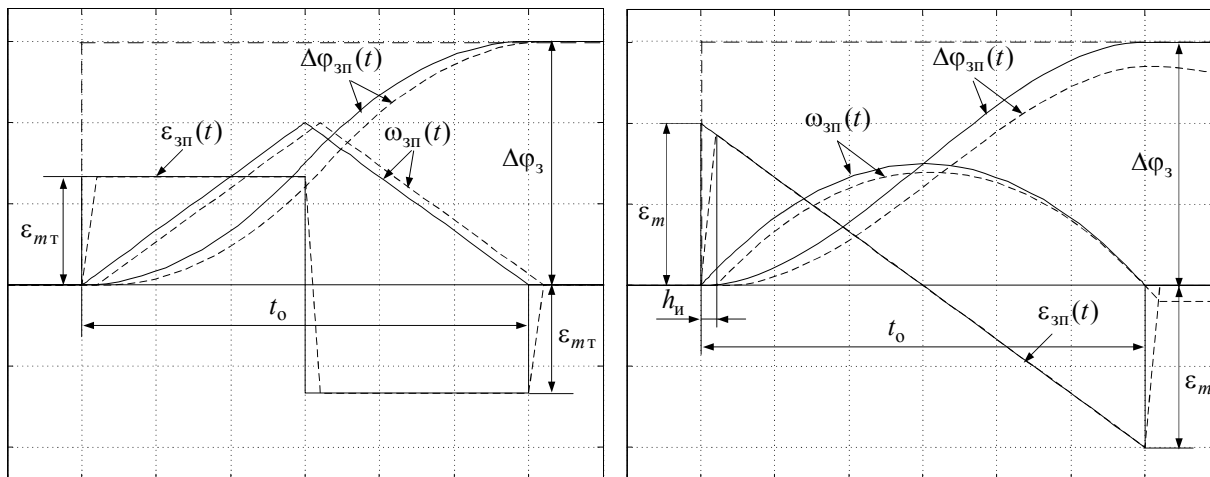
терных точек кривой задания на ускорение уже кратны периоду прерывания.

Покажем, что при цифровой реализации алгоритмов управления, оптимальных по тепловым потерям, отличительным признаком которых является параболический характер изменения скорости, описанной коррекции исходного аналогового алгоритма оказывается явно не достаточно. Для этого сравним изображенные на рис. 1 управляющие воздействия, сформированные ЗП с двумя рассматриваемыми видами тахограмм (треугольной и параболической), при использовании методов численного интегрирования (ЧИ) с автоматическим выбором шага (АВШ) и методов ЧИ с постоянным шагом, равным периоду дискретности ( $h_{и} = T$ ). В обоих случаях скорость и ускорение не достигают уровней своего ограничения, а максимальные значения ускорений рассчитаны из условия отработки заданного перемещения за заданное время, т.е. решается задача терминального управления [1]:  $\varepsilon_{нт} = 4\Delta\varphi_3/t_0^2$ ,  $\varepsilon_m = 6\Delta\varphi_3/t_0^2$ .

Из приведенного рисунка видно, что диаграммы задания на ускорение имеют участки с бесконечным коэффициентом усиления, точность воспроизведения которых при использовании методов ЧИ с постоянным шагом, существенно ухудшается. Этот фактор по-разному сказывается на работе сравниваемых ЗП. При треугольной тахограмме это приводит только к увеличению на один шаг ЧИ времени формирования сигналов без изменения их установленных значений, а при параболической тахограмме – еще и к нарушению симметрии графика  $\varepsilon_{зп}(t)$  относительно оси времени. Вследствие этого в момент равенства задания на ускорение нулю задание на скорость имеет отрицательное значение, а задание на перемещение  $\Delta\varphi_{зп}(t)$  уменьшается с постоянным темпом, все больше отклоняясь от так и не достигнутого требуемого значения  $\Delta\varphi_3$ . Даже принудительный сброс сигнала  $\omega_{зп}(t)$  в ноль в момент времени  $t_0$  или  $t_0 + h_{и}$  не решит возникшей проблемы.

То же самое происходит при замене аналоговых интеграторов дискретными с экстраполяцией нулевого порядка (см. рис. 2, а).

Для исправления этого недостатка, необходимо скорректировать исходную непрерывную диаграмму изменения задания на ускорения таким образом, чтобы получающаяся из нее после экстраполяции дискретная диаграмма  $\varepsilon_{зп}(t)$  стала симметричной.



а)

б)

Рисунок 1 – Диаграммы задания на обработку перемещения с треугольной тахограммой (а) и с параболической тахограммой (б), сформированные аналоговой моделью: – ЧИ с АВШ; -- ЧИ с постоянным шагом (метод Эйлера)

Чтобы достигнуть такого результата, определим разность между максимальным и минимальным значениями ускорений дискретной диаграммы, разделим ее пополам и сместим непрерывную диаграмму вверх на эту величину:

$$\Delta \varepsilon_m = |\varepsilon_{\max}| - |\varepsilon_{\min}| = 2\varepsilon_m \frac{T}{t_0}, \quad (1)$$

$$\Delta \varepsilon_d = \frac{\Delta \varepsilon_m}{2} = \varepsilon_m \frac{T}{t_0}, \quad (2)$$

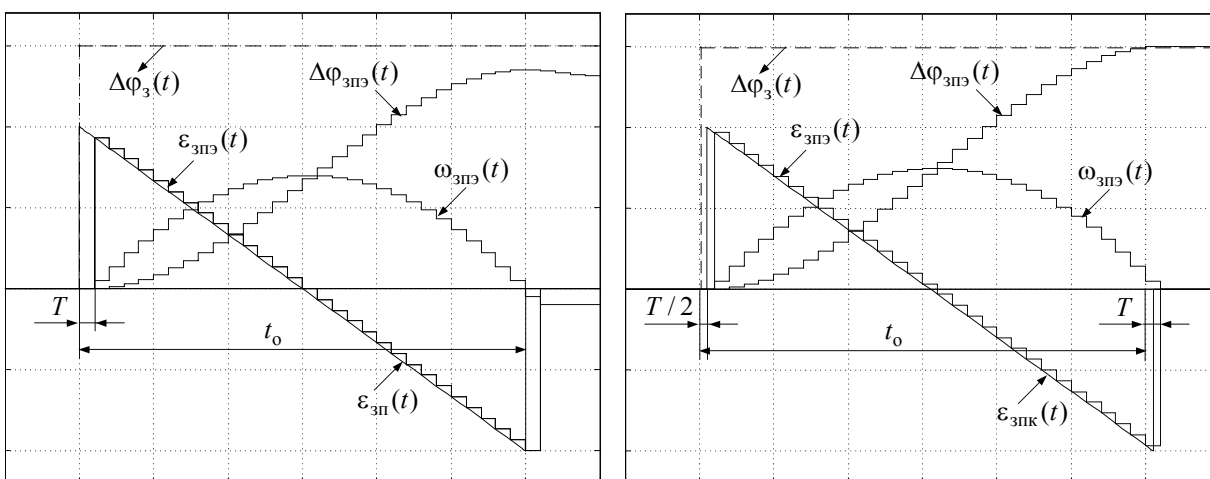
$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_m + \Delta \varepsilon_d, \quad \varepsilon_{\min} = -\varepsilon_m + \Delta \varepsilon_d. \quad (3)$$

Анализ исходного и скорректированного в соответствии с приведенными формулами графиков позволяет увидеть, что точно такого же результата можно добиться смещением сигнала  $\varepsilon_{3п}(t)$  на полпериода дискретности вправо, как это показано на рис. 2, б (см. график  $\varepsilon_{3пк}(t)$ ).

Причем такой способ коррекции оказывается справедливым и для квазиоптимальных диаграмм, имеющих участки движения с постоянными значениями скорости и (или) ускорения, которые появляются при учете ограничений на эти координаты.

Из последнего рисунка видно, что предложенный способ коррекции сигнала задания на ускорение позволяет устранить несоответствие между временами окончания переходных процессов по сигналам задания на регулируемую координату и ее производные и сформировать основное управляющее воздействие практически без ошибки в установившемся режиме.

Можно показать, что такой способ коррекции пригоден и для оптимальных по тепловым потерям диаграмм, полученных при учете наличия на валу двигателя постоянного статического момента [1].



а)

б)

Рисунок 2 – Оптимальные по тепловым потерям диаграммы, сформированные дискретной моделью: а) без коррекции диаграммы  $\varepsilon_{3п}(t)$ ; б) с коррекцией

Менее важной, чем рассмотренные выше, но все же достаточно актуальной проблемой при практической реализации цифровых ЗП является выбор алгоритмов функционирования цифровых интеграторов (ЦИ). От этого зависит степень приближения дискретных диаграмм к соответствующим аналоговым диаграммам, которые принимаем за эталон.

Наиболее простыми методами ЧИ являются методы правосторонних прямоугольников (*Forward Euler*), левосторонних прямоугольников (*Backward Euler*) и метод трапеций (*Trapezoidal*), которым соответствуют ЦИ первого порядка с передаточными функциями (ПФ)

$$W_{FE}(z) = \frac{T}{z-1}, \quad (4)$$

$$W_{BE}(z) = \frac{Tz}{z-1}, \quad (5)$$

$$W_T(z) = \frac{T(z+1)}{2(z-1)}. \quad (6)$$

Именно такие методы можно устанавливать в блоке *Discrete-Time Integrator* программы структурного моделирования *Simulink* пакета *MATLAB*, который, благодаря наличию в нем приложения *Real Time Workshop*, может рассматриваться как один из возможных вариантов программной реализации цифровых управляющих устройств [3].

Обычно на участках, где интегрируемый сигнал имеет постоянное значение, применяют метод *Forward Euler*, а на участках, где этот сигнал изменяется по линейному закону – метод трапеций, что вполне естественно. Следуя этой логике, в качестве первого ЦИ, формирующего задание на скорость, в ЗП с треугольной тахограммой следует использовать интегратор с ПФ (4), а в ЗП с параболической тахограммой – интегратор с ПФ (6). Тем не менее, результаты моделирования показывают, что самым лучшим вариантом для обоих ЗП является применение

в этом случае интегратора с ПФ (5), который обеспечивает совпадение дискретной экстраполированной тахограммы  $\omega_{зп3}(t)$  и эталонной аналоговой тахограммы  $\omega_{зп}(t)$  в моменты времени, кратные периоду прерывания. Это подтверждается графиками, приведенными на рис. 3, а. Такой эффект можно объяснить равенством соответствующих друг другу площадей трапеции и прямоугольника, добавляемых при аналоговом и дискретном интегрированиях, первые из которых  $\Delta\omega_{1a}$  и  $\Delta\omega_{13}$  выделены на рис. 3, а жирными линиями. Анализ приведенных диаграмм показывает, что при рекомендованном выше способе коррекции диаграммы ускорения высота выделенного прямоугольника равна полусумме оснований отмеченной трапеции. Это свойство присуще и всем последующим парам рассматриваемых геометрических фигур.

Иначе обстоит дело с диаграммами, сформированными с учетом ограничения на рывок [4], пример которых показан на рис. 3, б. В этом случае для совпадения экстраполированной дискретной и эталонной тахограмм необходимо применить ЧИ сигнала задания на ускорение методом трапеций, т.е. использовать в качестве первого интегратора ЦИ с передаточной функцией (6).

Второй ЦИ задатчика положения интегрирует задание на скорость. При применении ЗП с треугольной или трапецеидальной тахограммами наилучшим образом эту операцию выполняет интегратор, использующий метод трапеций. Замена его интеграторами, использующими один из методов прямоугольников (методов Эйлера) приводит к ухудшению динамической точности воспроизведения сигнала задания на перемещение, не изменяя его установившегося значения.

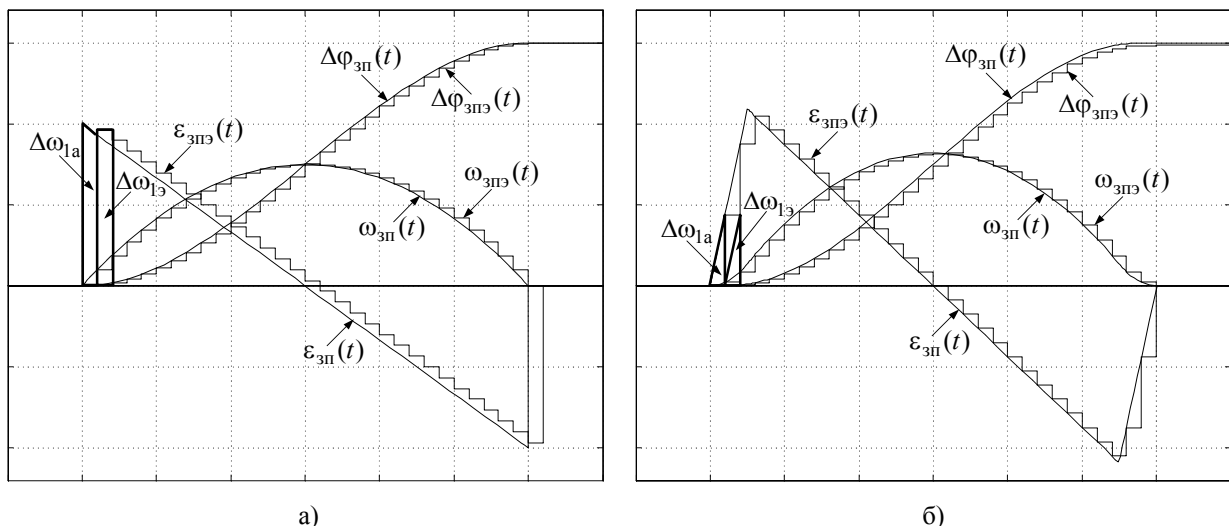


Рисунок 3 – Диаграммы обработки перемещения с параболическими тахограммами: а) без ограничения рывка при интегрировании сигнала  $\varepsilon_{зп3}(t)$  методом левосторонних прямоугольников, а  $\omega_{зп3}(t)$  – методом трапеций; б) с ограничением рывка при интегрировании сигналов  $\varepsilon_{зп3}(t)$  и  $\omega_{зп3}(t)$  методом трапеций

При применении ЗП с параболической тахограммой рассматриваемые интеграторы будут формировать задание на перемещение с одинаковой установившейся ошибкой. Это вытекает из известных формул ЧИ [5] при выполнении условия

$$\omega_{\text{зп}}(0) = \omega_{\text{зп}}(t_0) = 0. \quad (7)$$

Найдем аналитическое выражение для этой ошибки. Пусть интервал  $t_0$  содержит четное количество периодов дискретности:

$$t_0 = 2kT, \quad k = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Аналоговый сигнал задания на скорость изменяется по закону:

$$\omega_{\text{зп}}(t) = \int \left( \varepsilon_m - 2\varepsilon_m \frac{t}{t_0} \right) dt = \varepsilon_m \left( t - \frac{t^2}{t_0} \right). \quad (9)$$

Точное значение перемещения, обрабатываемого по тахограмме, заданной выражением (9), определяется по формуле:

$$\Delta\varphi_3 = \int_0^{t_0} \omega_{\text{зп}}(t) dt = \frac{\varepsilon_m t_0^2}{6}, \quad (8)$$

а приближенное, рассчитываемое методами прямоугольников или методом трапеций с шагом  $T$ , – по формуле

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{\text{уст}} &= T \sum_{i=1}^{2k-1} \omega_{\text{зп}}(iT) = \varepsilon_m T^2 \sum_{i=1}^{2k-1} i - \frac{\varepsilon_m T^3}{t_0} \sum_{i=1}^{2k-1} i^2 = \\ &= \varepsilon_m T^2 k(2k-1) - \frac{\varepsilon_m T^3}{t_0} \cdot \frac{(2k-1)k(4k-1)}{3}. \end{aligned}$$

После подстановки  $k = \frac{t_0}{2T}$  и преобразований

окончательно имеем

$$\Delta\varphi_{\text{уст}} = \frac{\varepsilon_m (t_0^2 - T^2)}{6}. \quad (9)$$

Вычитая (9) из (8), получаем:

$$\varepsilon_\varphi = \Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_{\text{уст}} = \frac{\varepsilon_m T^2}{6}. \quad (10)$$

При малом периоде дискретности ошибка (10) будет незначительной.

Диаграммы на рис. 3 получены при использовании в качестве второго ЦИ интегратора, реализующего метод трапеций. Из них видно, что не только дискретные сигналы задания на скорость, но и дискретные сигналы задания на положение практически совпадают с соответствующими эталонными кривыми в моменты времени, кратные периоду дискретности. Значения установившихся ошибок, полученные при моделировании, совпадают со значениями, полученными при использовании формулы (10).

Для устранения установившейся ошибки в сигнале задания на положение следует рассмотреть возможность использования ЦИ, выполняющего интегрирование методом Симпсона, на что будут направлены дальнейшие исследования изучаемой проблемы.

## Выводы

1. При использовании методов ЧИ с постоянным шагом точность воспроизведения участков с бесконечным коэффициентом усиления существенно ухудшается. При реализации треугольной тахограммы это приводит только к увеличению времени формирования сигналов на один шаг ЧИ, а при параболической тахограмме – к появлению ошибки в выходном сигнале.

2. Для обеспечения качественной реализации параболической тахограммы, необходимо скорректировать исходную непрерывную диаграмму задания на ускорение путем смещения ее на полпериода дискретности вправо.

3. Совпадение дискретной экстраполированной и эталонной аналоговой тахограмм в моменты времени, кратные периоду прерывания, обеспечивается при использовании интегрирования сигнала задания на ускорение методом левосторонних прямоугольников, если ограничение на рывок отсутствует, и методом трапеций, если это ограничение существует.

4. При интегрировании параболического сигнала задания на скорость методами Эйлера или методом трапеций сигнал задания на положение формируется с установившейся ошибкой, которую можно рассчитать по формуле (10). При малом периоде дискретности эта ошибка будет незначительна. Для устранения установившейся ошибки в сигнале задания на положение следует рассмотреть возможность использования ЦИ, выполняющего интегрирование методом Симпсона.

## Литература

1. Костенко В.И., Коцегуб П.Х., Розкаряка П.И., Толочко О.И. Формирование оптимальных по нагреву диаграмм обработки заданных перемещений при наличии постоянного статического момента на валу двигателя // Вісник Національного Технічного Університету "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2002. – №12. – Т.2. – С. 350-354.
2. Карнюшин Л.В., Пышкало В.Д., Рогачев А.И. Области существования оптимального управления электроприводами // Электромашиностроение и электрооборудование. – Киев: Техника, 1972. – Выпуск 15. – С. 3-8.
3. Коцегуб П.Х., Толочко О.И., Федоряк Р.В. Практическая реализация цифровых САУ в среде пакета МАТЛАБ с использованием платформы реального времени «QNX TARGET» // Вісник Національного Технічного Університету "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2002, №12. – Т.1. – С. 98-101.
4. Чермалых А.В. Универсальная многоканальная задающая модель для систем управления позиционным электроприводом // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Кременчук: КДПУ. – 2004. – №2 (25). – С. 139-143.
5. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1970. – 664 с.